COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 31 MARS 1845.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE DE BEAUMONT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL INTÉGRAL. — *Mémoire sur la détermination approximative des fonctions représentées par des intégrales ; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Lorsqu'une fonction est représentée par une intégrale, et qu'on ne peut obtenir la valeur exacte de cette intégrale en termes finis, on a ordinairement recours à l'intégration par série. D'ailleurs, pour effectuer cette espèce d'intégration, il suffit de développer la fonction sous le signe $\int$ en une série convergente, puis d'intégrer chaque terme de la série obtenue. Or, on peut concevoir un nombre infini de développements divers d'une fonction donnée, même lorsque cette fonction dépend d'une seule variable. Car, en supposant que l'on attribue à cette variable une valeur près de laquelle la fonction reste continue, on pourra, par exemple, développer la fonction ou suivant les puissances entières de la variable dont il s'agit, ou suivant les puissances entières de toute autre variable qui serait fonction continue de la première. Il résulte de cette observation qu'il existe une infinité de manières d'appliquer l'intégration par série à une intégrale donnée. Mais, parmi les développements divers qu'une intégrale peut ainsi acquérir, il importe de rechercher

et de choisir ceux qui sont rapidement convergents. Une étude approfondie de la question m'a conduit à un principe général qui est éminemment propre à guider les géomètres dans cette recherche. Je vais exposer en peu de mots ce principe et les conséquences remarquables qui s'en déduisent.

» Supposons que, dans une intégrale, la fonction sous le signe $\int$ ait été développée en une série ordonnée suivant les puissances entières, positives nulle et négatives, d'une seule variable t. Cette série sera convergente si ses deux modules sont inférieurs à l'unité, et cette condition sera généralement remplie pour tout module de la variable t compris entre certaines limites qui permettront à la fonction de devenir infinie ou discontinue. Il y a plus : la série trouvée offrira, en général, une convergence rapide, lorsque le module de la variable sera fort éloigné des deux limites dont nous venons de parler; mais la convergence deviendra très-lente dans le cas contraire. Or, pour remédier à cet inconvénient, il suffira évidemment de reculer ces deux limites, ou plutôt de les remplacer par des limites nouvelles, en considérant la fonction sous le signe $\int$ comme composée de deux facteurs dont le premier seul puisse devenir infini ou discontinu, quand le module de la variable atteint les deux limites primitivement calculées, et en développant le second facteur en série, sans altérer la forme du premier facteur. Si les nouvelles limites entre lesquelles le module de t peut varier sans que le second facteur cesse d'être fini et continu, diffèrent notablement des limites primitivement calculées; alors, au développement de ce second facteur, correspondra un développement de la fonction sous le signe $\int$, en une série nouvelle qui sera, en général, rapidement convergente, dans le cas où la convergence de la série primitivement obtenue devenait très-lente. Si, d'ailleurs, le premier facteur est tel que l'on puisse facilement intégrer chaque terme de la nouvelle série, l'intégrale proposée pourra être représentée, avec une grande approximation, par la somme d'un petit nombre de termes.

» Le principe général que nous venons d'établir s'applique avec succès à la détermination des mouvements des corps célestes. Les astronomes ont quelquefois exprimé le vœu que l'on parvînt à remplacer les développements ordinaires des coordonnées des planètes en séries de sinus et cosinus par d'autres développements plus convergents, composés de termes périodiques que l'on pût calculer facilement à l'aide de certaines tables construites une fois pour toutes. Il y a plus; on a dit avec raison que, pour faciliter le calcul des perturbations observées dans les mouvements des planètes et des comètes, il pourrait être avantageux de substituer aux séries composées de termes périodiques des séries composées de termes non périodiques, dont l'usage serait

restreint, pour chaque astre, à une portion de l'orbite que cet astre décrit. Mais quelle est précisément la nature des tentatives que les géomètres ont pu faire pour réaliser cette pensée? C'est ce que j'ignore; et, à ma connaissance, on ne trouve rien qui soit propre à éclaircir cette question dans les ouvrages publiés jusqu'à ce jour. Après avoir reconnu les avantages qui s'attachent à la décomposition des fonctions en facteurs, dans la détermination des coefficients que renferment les développements connus de ces fonctions, j'ai voulu voir s'il ne serait pas possible de tirer parti de cette décomposition pour développer les intégrales que présente la théorie des planètes et des comètes elles-mêmes, en séries nouvelles qui fussent rapidement convergentes, au moins pour des portions considérables des orbites. Le principe ci-dessus rappelé m'a indiqué la marche que je devais suivre pour obtenir de semblables séries; et il fait ainsi disparaître les difficultés que le problème semblait offrir au premier abord. Quelques lignes suffiront pour donner aux géomètres une idée nette des résultats que j'ai trouvés, et qui me paraissent mériter de fixer un moment l'attention de l'Académie.

» Les variations des éléments elliptiques des planètes et des comètes sont généralement représentées par des sommes d'intégrales de divers ordres. Considérons en particulier les variations du premier ordre, qui peuvent toujours être réduites à des intégrales simples; et celles de ces intégrales dans lesquelles la fonction sous le signe $\int$ a pour dénominateur ou la distance v de deux planètes, ou le cube de v. En égalant la distance v à zéro, on obtiendra une équation transcendante qui, résolue par rapport au temps t, admettra généralement une infinité de racines imaginaires; et à chacune de ces racines correspondra un facteur linéaire, mais imaginaire, de la distance v. Cela posé, le principe indiqué plus haut me conduit à décomposer la distance v en deux facteurs réels, dont le premier soit le produit des deux facteurs linéaires et conjugués, correspondants aux racines imaginaires qui offrent le plus petit module. En divisant l'unité par ce même produit, on obtient un premier facteur réel de la fonction qui se trouve renfermée sous le signe $\int$ dans chaque intégrale, savoir, le facteur dont la forme ne doit point être altérée. Quant à l'autre facteur, il convient de le développer en série ordonnée suivant les puissances ascendantes d'une variable nouvelle qui, différentiée par rapport au temps, donne pour dérivée précisément le rapport de l'unité au produit mentionné ci-dessus; et, en opérant de cette manière, on voit la valeur de chaque intégrale se réduire elle-même à une série dont les divers termes sont tous, à l'exception des premiers, respecti-

vement proportionnels aux puissances entières, positives et négatives, de la nouvelle variable.

» Ajoutons qu'on obtiendra encore, pour représenter chaque intégrale, une série qui pourra être employée avec succès dans la détermination des mouvements des corps célestes, si, au produit dont nous avons parlé, on substitue le carré de la distance entre deux planètes assujetties à se mouvoir, dans des orbites circulaires, avec des éléments elliptiques choisis de manière que ce carré ait pour facteur ce même produit.

» Dans les recherches que je viens d'analyser, j'ai ramené la détermination d'une intégrale à la décomposition de la fonction sous le signe $\int$ en deux facteurs, dont l'un reste inaltérable, tandis que l'autre se développe en série convergente; et j'ai, de plus, supposé le premier facteur choisi de manière que la substitution du second facteur à la fonction eût pour effet de reculer les limites entre lesquelles cette fonction demeurait finie et continue. Il n'est pas absolument nécessaire d'assujettir le premier facteur à cette dernière condition; et pour obtenir le développement de l'intégrale en une série qui soit rapidement convergente, au moins dans ses premiers termes, il suffit souvent de considérer comme premier facteur de la fonction sous le signe $\int$, une seconde fonction dont elle diffère très-peu. Cette remarque fort simple permet de développer les coordonnées des corps célestes, ou plutôt les accroissements de ces coordonnées, dus aux forces perturbatrices, en séries qui paraissent dignes de remarque. Pour obtenir ces nouvelles séries, je décompose la fonction perturbatrice, ou plutôt la partie de cette fonction qui est réciproquement proportionnelle à la distance des deux planètes, en deux facteurs, dont le premier est de la forme que ce rapport acquiert quand les deux planètes se meuvent dans des orbites circulaires; puis, en laissant ce premier facteur inaltérable, je développe le second facteur suivant les puissances entières des exponentielles qui ont pour arguments les anomalies moyennes. Alors les inconnues se trouvent exprimées par des séries d'intégrales simples ou doubles dans chacune desquelles la fonction sous le signe $\int$ est le produit du premier facteur par une exponentielle trigonométrique dont l'argument est proportionnel au temps. Je prouve ensuite qu'on peut réduire l'évaluation numérique des intégrales à la construction de certaines tables, et je montre comment on peut ramener, 1° la détermination des intégrales simples au calcul des seules transcendantes elliptiques de première et de seconde espèce; 2° la détermination des intégrales doubles au calcul de deux autres transcendantes, qui sont ce que deviennent les premières quand

on multiplie, dans chacune d'elles, la fonction sous le signe $\int$ par la variable à laquelle se rapporte l'intégration.

» Il est bon d'observer qu'on peut modifier de diverses manières la méthode et les séries nouvelles que je viens de signaler, soit en faisant subir de légères modifications à la forme du facteur qu'on laisse inaltérable, soit en substituant au temps t une autre variable indépendante. Parmi les résultats auxquels on parvient en opérant de la sorte, on doit surtout distinguer ceux qu'on obtient quand on exprime toutes les variables en fonction de l'angle qui représente la différence entre les anomalies excentriques des deux astres que l'on considère.

» Dans mes précédents Mémoires, j'ai donné des formules et des méthodes nouvelles pour le calcul des perturbations des planètes et des comètes, et j'ai montré les avantages que présentent ces méthodes, par des applications numériques relatives à la théorie de Pallas et de Jupiter. Mais je supposais toujours les accroissements des coordonnées développés en séries qui conservaient la forme adoptée jusqu'à ce jour. Dans le présent Mémoire, je change la forme des séries elles-mêmes, et je n'ignore pas que cette innovation obligera les géomètres et les astronomes à changer complétement le système des opérations qu'ils emploient pour construire les Tables astronomiques. Toutefois, cette innovation semble destinée à prévaloir, non-seulement en raison de l'économie de temps et de travail qu'elle entraînera nécessairement, mais aussi et surtout parce que les nouveaux développements s'appliquent avec succès au cas même où il s'agit de calculer les perturbations observées dans le mouvement de comètes dont l'excentricité devient fort considérable et s'éloigne peu de l'unité.

ANALYSE.

§ Ier. — *Considérations générales.*

» Soit $\mathrm{f}(x)$ une fonction donnée de la variable x, et supposons que l'on demande la valeur de l'intégrale

$$s = \int \mathrm{f}(x)\,dx, \tag{1}$$

prise à partir d'une certaine origine, cette intégrale n'étant pas du nombre de celles qui s'obtiennent en termes finis. On pourra, dans un grand nombre de cas, trouver assez facilement la valeur demandée à l'aide de l'intégration par séries. Pour y parvenir, il suffira de développer la fonction $\mathrm{f}(x)$ en une

série qui demeure convergente, du moins pour les valeurs de x comprises entre les limites de l'intégration. Il y a plus: on pourra effectuer cette opération d'une infinité de manières, en développant, par exemple, ou la fonction $f(x)$, ou même un facteur de cette fonction, en une série ordonnée suivant les puissances entières d'une variable liée à x par une équation donnée. Si, pour fixer les idées, on a non-seulement

$$f(x) = \varphi(x)\chi(x), \tag{2}$$

mais encore, pour toutes les valeurs de x comprises entre les limites de l'intégration,

$$\chi(x) = u + v + w + \ldots, \tag{3}$$

la valeur de l'intégrale s, développée en série, sera

$$s = \int u\varphi(x)\,dx + \int v\varphi(x)\,dx + \int w\varphi(x)\,dx + \ldots. \tag{4}$$

D'ailleurs, pour que la formule (4) puisse servir à trouver aisément une valeur très-approchée de l'intégrale s, il est nécessaire d'attribuer au facteur $\varphi(x)$ et au développement de $\chi(x)$ des formes telles que, d'une part, les intégrales

$$\int u\varphi(x)\,dx, \quad \int v\varphi(x)\,dx, \quad \int w\varphi(x)\,dx, \tag{5}$$

se réduisent ou à des fonctions exprimées en termes finis, ou, du moins, à des transcendantes dont on puisse calculer facilement la valeur, et que, d'autre part, la série de ces intégrales soit rapidement convergente. La première condition sera remplie si l'on réduit, par exemple, le facteur $\varphi(x)$ à une fonction rationnelle de la variable x, ou d'une exponentielle dont l'exposant serait proportionnel à x, et si, en même temps, on développe le facteur $\chi(x)$ suivant les puissances entières de cette variable ou de cette exponentielle. On pourrait même, à la fonction rationnelle dont nous venons de parler, substituer une fonction algébrique et, en particulier, un radical du second degré analogue à ceux que renferment les transcendantes elliptiques. D'ailleurs, en vertu d'un théorème établi dans le résumé des *Leçons sur le calcul infinitésimal* [*voir* la trente-huitième Leçon], la série (5) sera convergente lorsque la série

$$u, \quad v, \quad w, \ldots \tag{6}$$

restera convergente pour toutes les valeurs de x comprises entre les limites

de l'intégration; et l'on peut ajouter que, dans ce cas, une convergence rapide de la série (6) entraînera généralement une convergence rapide de la série (5). Mais comment doit-on opérer pour rendre la série (6) rapidement convergente, ou dans toute son étendue, ou au moins dans ses premiers termes? C'est ce que nous allons maintenant examiner.

» Supposons d'abord que la série (6) se réduise au développement de la fonction $\chi(x)$ suivant les puissances entières de la variable x. La rapidité de la convergence de cette série dépendra de la nature même de la fonction $\chi(x)$, et par conséquent de la nature du premier facteur $\varphi(x)$ de la fonction donnée $\mathrm{f}(x)$. Si ce premier facteur se réduit à l'unité, le facteur $\chi(x)$ n'étant alors autre chose que la fonction $\mathrm{f}(x)$ elle-même, la série (6) sera précisément le développement de $\mathrm{f}(x)$ suivant les puissances entières de x, et restera convergente tant que le module de x ne dépassera pas les limites entre lesquelles il peut varier sans que la fonction $\mathrm{f}(x)$ cesse d'être finie et continue. Nommons a et $\mathrm{a}_{,}$ ces deux limites, $\mathrm{a}_{,}$ étant la limite inférieure et a la limite supérieure. La série

$$(7) \qquad \int u dx, \int v dx, \int w dx, \ldots$$

qui, dans l'hypothèse admise, représentera le développement de l'intégrale s, sera convergente, si les limites de l'intégration demeurent comprises entre les deux modules $\mathrm{a}_{,}$, a; et elle sera même rapidement convergente, si ces limites restent placées à une distance considérable de ces modules. Supposons maintenant que, l'origine ou la limite inférieure de l'intégrale demeurant constante, la limite variable, c'est-à-dire la limite supérieure, se rapproche considérablement du module a. Alors la convergence de la série (7) deviendra généralement très-lente; mais, pour retrouver un développement de s rapidement convergent, il suffira de substituer à la série (7) la série (5), en supposant, s'il est possible, le facteur $\varphi(x)$ tellement choisi, que la fonction $\chi(x)$ reste continue pour des modules de x notablement supérieurs au module a. Or il est souvent facile de remplir cette dernière condition. Supposons, pour fixer les idées, que a représente le module d'une valeur particulière a de x, pour laquelle la fonction $\mathrm{f}(x)$ devienne infinie, en sorte que l'on ait

$$a = \mathrm{a} e^{\alpha\sqrt{-1}},$$

α désignant un arc réel. Alors a sera une racine de l'équation

$$(8) \qquad \frac{1}{\mathrm{f}(x)} = 0.$$

Alors aussi $f(x)$ sera généralement proportionnel au binôme

$$x - a,$$

élevé à une puissance dont l'exposant sera négatif, ou offrira du moins une partie réelle négative. Représentons cette puissance par

$$(x - a)^{-s},$$

et supposons qu'il soit possible de choisir l'exposant s de telle sorte que le produit

$$(x - a)^{s} f(x)$$

ne devienne pas infini pour $x = a$. Enfin supposons que ce même produit ne cesse jamais d'être fini et continu, ou du moins ne cesse de l'être que pour un module b de x, placé à une distance notable du module a. Pour remplir la condition énoncée, il suffira de prendre

$$\varphi(x) = (x-a)^{-s}, \qquad \chi(x) = (x-a)^{s} f(x), \tag{9}$$

ou bien

$$\varphi(x) = \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{-s}, \quad \chi(x) = \left(1 - \frac{x}{a}\right)^{s} f(x), \tag{10}$$

ou encore

$$\varphi(x) = \left(1 - \frac{a}{x}\right)^{-s}, \quad \chi(x) = \left(1 - \frac{a}{x}\right)^{s} f(x). \tag{11}$$

Ajoutons que l'on pourrait attribuer à la fonction $\varphi(x)$ une infinité d'autres formes, pour lesquelles la condition énoncée serait satisfaite. On pourrait supposer, par exemple,

$$\varphi(x) = (e^{x} - e^{a})^{-s}, \tag{12}$$

ou plus généralement

$$\varphi(x) = (\mathcal{X} - \mathcal{A})^{-s}, \tag{13}$$

$\mathcal{X}$ désignant une fonction continue de x, et $\mathcal{A}$ la valeur particulière que cette fonction acquiert pour $x = a$.

» Lorsque la fonction $f(x)$ est réelle, les racines de l'équation (8) sont gé-

néralement ou des racines réelles, ou des racines imaginaires conjuguées deux à deux. Donc alors, si cette équation admet une racine imaginaire de la forme

$$x = \mathrm{a}e^{\alpha\sqrt{-1}},$$

elle admettra une autre racine imaginaire de la forme

$$x = \mathrm{a}e^{-\alpha\sqrt{-1}};$$

et si la fonction $\mathrm{f}(x)$ peut être considérée comme ayant pour facteur

$$\left(x - \mathrm{a}e^{\alpha\sqrt{-1}}\right)^{-s},$$

elle aura encore pour facteur

$$\left(x - \mathrm{a}e^{-\alpha\sqrt{-1}}\right)^{-s}.$$

Adoptons cette hypothèse, et supposons que le produit

$$\left(x - \mathrm{a}e^{\alpha\sqrt{-1}}\right)^{s}\left(x - \mathrm{a}e^{-\alpha\sqrt{-1}}\right)^{s}\mathrm{f}(x) = (x^2 - 2\,\mathrm{a}x\cos\alpha + \mathrm{a}^2)^s\,\mathrm{f}(x)$$

ne cesse d'être fini et continu, par rapport à x, que pour un module b de x placé à une distance notable du module a. Pour remplir la condition ci-dessus énoncée, il suffira de prendre

$$\varphi(x) = (x^2 - 2\,\mathrm{a}x\cos\alpha + \mathrm{a}^2)^{-s}, \tag{14}$$

et par suite

$$\chi(x) = (x^2 - 2\,\mathrm{a}x\cos\alpha + \mathrm{a}^2)^s\,\varphi(x). \tag{15}$$

» Nous venons de montrer, par des exemples, comment on peut déterminer le facteur $\varphi(x)$ de manière à rendre les séries (6) et (5) rapidement convergentes dans des cas où la convergence aurait été fort lente, si l'on eût pris simplement $\varphi(x) = 1$. Mais, dans ce qui vient d'être dit, nous avons supposé que la série (6) se réduisait au développement de $\chi(x)$ suivant les puissances entières de x. Dans cette hypothèse, le terme général de la série (6) est de la forme

$$k_n x^n,$$

n désignant une quantité entière positive ou négative, et par suite le terme

général de la série (5) est de la forme

$$k_n \int x^n \varphi(x)\, dx.$$

Or, l'intégrale renfermée dans celui-ci, savoir,

$$(16) \qquad \int x^n \varphi(x)\, dx,$$

peut ou s'exprimer sous forme finie, ou se réduire à des transcendantes connues, dans plusieurs des cas que nous avons considérés. Ainsi, en particulier, elle s'exprimera sous forme finie, si l'on prend pour $\varphi(x)$ une des fonctions

$$(x-a)^{-s}, \quad \left(1-\frac{x}{a}\right)^{-s}, \quad \left(1-\frac{a}{x}\right)^{-s},$$

en réduisant l'exposant s à un nombre entier ou fractionnaire; ou bien, si l'on prend pour $\varphi(x)$ la fonction

$$(x^2 - 2\mathrm{a}x\cos\alpha + \mathrm{a}^2)^{-s},$$

en réduisant s à l'une des fractions

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{5}{2}, \ldots$$

» Au reste, on étendra sans difficulté les raisonnements dont nous avons fait usage au cas où la série (6) serait ordonnée non plus suivant les puissances entières de la variable x, mais suivant les puissances entières d'une autre variable y liée à x par une certaine équation. Si, pour fixer les idées, on supposait cette équation réduite à la formule

$$y = e^x,$$

alors, en posant comme ci-dessus

$$\varphi(x) = (e^x - e^a)^{-s},$$

et désignant par $k_n y^n$ le terme général de la série (6), on obtiendrait pour terme général de la série (5) un produit de la forme

$$k_n \int y^n (e^x - e^a)^{-s} dx.$$

Alors aussi l'intégrale

$$\int y^n (e^x - e^a)^{-s} dx = \int y^{n-1} (y - e^a)^{-s} dy$$

pourrait s'obtenir sous forme finie, si l'exposant s se réduisait à un nombre entier ou fractionnaire.

» En terminant ce paragraphe, je ferai une dernière observation, et je remarquerai que, pour rendre la série (5) rapidement convergente, au moins dans ses premiers termes, il n'est pas absolument nécessaire d'assujettir le facteur $\varphi(x)$ à la condition particulière que nous avons indiquée. Il suffit généralement de prendre pour $\varphi(x)$ une fonction telle que le rapport

$$\chi(x) = \frac{f(x)}{\varphi(x)}$$

se rapproche beaucoup de l'unité, pour toute valeur de x comprise entre les limites de l'intégration, puis, de développer ce rapport suivant les puissances ascendantes de paramètres qui soient très-petits et du même ordre que la différence

$$\chi(x) - 1.$$

§ II. — *Applications diverses des principes établis dans le premier paragraphe.*

» Considérons d'abord l'intégrale

$$\int f(t)\,dt, \tag{1}$$

la valeur de $f(t)$ étant donnée par l'équation

$$f(t) = (1 - 2\theta\cos t + \theta^2)^{-s}, \tag{2}$$

dans laquelle θ, s représentent deux nombres dont le premier soit compris entre les limites 0, 1; et supposons cette intégrale prise à partir de l'origine zéro. Comme, en vertu de la formule (2), la fonction $f(t)$ ne changera pas de valeur quand on fera croître l'angle t d'un multiple de la circonférence, on pourra, dans la détermination de l'intégrale (1), ramener tous les cas à celui où la valeur numérique de t serait supposée inférieure à π. Adoptons cette supposition, et concevons que l'on se propose d'appliquer l'intégration par série à l'intégrale (1). On pourra y parvenir assez simplement en développant le facteur $f(t)$ suivant les puissances entières de l'exponentielle trigonométrique

$$e^{t\sqrt{-1}},$$

et comme, en posant

$$x = e^{t\sqrt{-1}},$$

on trouvera

$$1 - 2\theta \cos t + \theta^2 = (1 - \theta x)\left(1 - \frac{\theta}{x}\right),$$

on en conclura

$$(1 - 2\theta \cos t + \theta^2)^{-s} = (1 - \theta x)^{-s}\left(1 - \frac{\theta}{x}\right)^{-s}$$

$$= \Theta_0 + \Theta_1\left(x + \frac{1}{x}\right) + \Theta_2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \ldots,$$

ou, ce qui revient au même,

(3) $$(1 + 2\theta \cos t + \theta^2)^{-s} = \Theta_0 + 2\Theta_1 \cos t + 2\Theta_2 \cos 2t + \ldots,$$

la valeur de Θ_n étant déterminée par la formule

$$\Theta_n = \{[s]_n + [s]_1 [s]_{n+1} \theta^2 + [s]_2 [s]_{n+2} \theta^4 + \ldots\} \theta^n,$$

et la valeur de $[s]_n$ étant

$$[s]_n = \frac{s(s+1)\ldots(s+n-1)}{1.2\ldots n}.$$

D'ailleurs on tirera de la formule (3), en supposant l'intégration effectuée à partir de l'origine zéro,

(4) $$\int f(t)\, dt = \Theta_0 t + 2\Theta_1 \sin t + 2\Theta_2 \frac{\sin 2t}{2} + \text{etc.}\ldots$$

De plus, comme l'équation

(5) $$\frac{1}{f(t)} = 0$$

pourra être présentée sous la forme

(6) $$(1 - \theta x)\left(1 - \frac{\theta}{x}\right) = 0,$$

cette équation, résolue par rapport à x, offrira deux racines, savoir :

(7) $$x = \theta, \quad x = \frac{1}{\theta};$$

et par suite θ, $\frac{1}{\theta}$ seront les deux modules de chacune des séries que renferment les seconds membres des formules (3) et (4). Donc ces séries seront

rapidement convergentes, si θ est un petit nombre; mais la convergence deviendra très-lente, si θ se rapproche beaucoup de l'unité. Voyons comment il sera possible, dans ce dernier cas, d'obtenir, pour l'intégrale proposée, un développement plus convergent que la série déjà connue et reproduite par la formule (4).

» L'équation (5) ou (6) peut s'écrire comme il suit

$$\cos t = \frac{1}{2}\left(\theta + \frac{1}{\theta}\right), \tag{8}$$

et, si l'on pose, pour abréger,

$$\theta = e^{-\alpha}, \tag{9}$$

elle deviendra

$$\cos t = \cos(\alpha\sqrt{-1}). \tag{10}$$

Présentée sous cette dernière forme, et résolue par rapport à t, elle fournira une infinité de racines imaginaires déterminées par la formule

$$t = 2n\pi \pm \alpha\sqrt{-1}, \tag{11}$$

dans laquelle n désigne une quantité entière quelconque positive ou négative; et parmi ces racines, celles qui offriront le plus petit module seront les deux suivantes

$$t = \alpha\sqrt{-1}, \quad t = -\alpha\sqrt{-1}. \tag{12}$$

Or, les facteurs linéaires correspondants à ces deux racines, dans la fonction f (t), seront

$$(t-\alpha\sqrt{-1})^{-s}, \quad (t+\alpha\sqrt{-1})^{-s};$$

et le produit de ces deux facteurs sera

$$(t^2+\alpha^2)^{-s}.$$

Ajoutons que celles des racines de l'équation (5) qui offriront le plus petit module au-dessus de α seront

$$t = 2\pi \pm \alpha\sqrt{-1}, \quad t = -2\pi \pm \alpha\sqrt{-1},$$

et que leur module commun

$$\sqrt{4\pi^2 + \alpha^2}$$

sera séparé par une distance notable du module α. Donc, en vertu de ce qui a été dit dans le § Ier, pour obtenir un développement très-convergent de l'intégrale cherchée, il suffira de décomposer la fonction $f(t)$ en deux facteurs $\varphi(t)$, $\chi(t)$, dont le premier soit déterminé par la formule

$$\varphi(t) = (t^2 + \alpha^2)^{-s},$$

puis de développer le second facteur $\chi(t)$ en une série ordonnée suivant les puissances entières de t. On y parviendra sans peine, en observant que le trinôme

$$1 - 2\theta \cos t + \theta^2$$

est proportionnel au produit de tous les facteurs de la forme

$$1 - \frac{t}{2n\pi \pm \alpha\sqrt{-1}},$$

et qu'en conséquence $f(t)$ sera le produit de tous les facteurs de la forme

$$\left(1 - \frac{t}{2n\pi \pm \alpha\sqrt{-1}}\right)^{-s},$$

multiplié par le facteur constant $(1 - \theta)^{-2s}$. Il en résulte que, si l'on fait pour abréger

$$c_m = \Sigma \frac{1}{(2n\pi + \alpha\sqrt{-1})^m}, \tag{13}$$

en supposant la somme qu'indique le signe Σ étendue aux seules valeurs entières positives et négatives de n, et en excluant la valeur $n = 0$, on aura

$$\chi(t) = \alpha^{2s}(1 - \theta)^{-2s}\, e^{s(c_2 t^2 - \frac{1}{2} c_4 t^4 + \frac{1}{3} c_6 t^6 + \ldots)}$$

et par conséquent

$$\chi(t) = \alpha^{2s}(1 - \theta)^{-2s}\left[1 + st^2(c_2 - \tfrac{1}{2}c_4 t^2 + \ldots) + \frac{s^2 t^4}{1.2}(c_2 - \ldots)^2 + \ldots\right].$$

En ordonnant ce dernier développement de $\chi(t)$ suivant les puissances entières et ascendantes de t, on obtiendra une équation de la forme

$$\chi(t) = k_0 + k_1 t^2 + k_2 t^4 + \ldots, \tag{14}$$

et le module de la série comprise dans le second membre de cette équation sera précisément égal au module de celle que produit le développement de l'expression

$$\left(1 \pm \frac{t}{2\pi \pm \alpha\sqrt{-1}}\right)^{-s},$$

c'est-à-dire qu'il se réduira au rapport

$$\frac{t}{\sqrt{4\pi^2 + \alpha^2}}.$$

Ajoutons que ce rapport sera nécessairement inférieur à $\frac{1}{2}$, si, comme on l'a supposé, la valeur de t reste comprise entre les limites $-\pi$, $+\pi$. Donc alors, le développement de $\chi(t)$ offrira une convergence rapide, et l'on pourra en dire autant, à plus forte raison, du développement correspondant de l'intégrale $\int f(t)dt$, qui se déterminera par la formule

$$(15) \qquad \int f(t)dt = k_0 \int \frac{dt}{(t^2 + \alpha^2)^s} + k_1 \int \frac{t^2 dt}{(t^2 + \alpha^2)^s} + \text{etc.} \ldots$$

Observons, d'ailleurs, que chacune des intégrales comprises dans le second membre de cette formule pourra s'obtenir sous forme finie, si s est un nombre entier quelconque ou un nombre fractionnaire dont le dénominateur soit égal à 2.

» Examinons en particulier le cas où l'on prend $s = \frac{1}{2}$. Alors, en effectuant l'intégration à partir de l'origine $t = 0$, on trouvera

$$(16) \qquad \int \frac{dt}{\sqrt{t^2 + \alpha^2}} = 1 \frac{t + \sqrt{t^2 + \alpha^2}}{\alpha}.$$

Donc, en posant pour abréger

$$z = \frac{t + \sqrt{t^2 + \alpha^2}}{\alpha},$$

on aura simplement

$$\int \frac{dt}{\sqrt{t^2 + \alpha^2}} = 1(z).$$

D'ailleurs, on tirera de ces formules

$$t = \frac{\alpha}{2}\left(z - \frac{1}{z}\right), \qquad \frac{dt}{\sqrt{t^2 + \alpha^2}} = \frac{dz}{z},$$

et, par suite,

$$\int \frac{t^{2n}dt}{\sqrt{t^2+\alpha^2}} = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^{2n} \int \left(z - \frac{1}{z}\right)^{2n} \frac{dz}{z}. \tag{17}$$

Or, des équations (16) et (17), jointes à la formule (15), on déduira immédiatement la valeur de l'intégrale

$$\int f(t) = \int \frac{dt}{\sqrt{1-2\theta\cos t+\theta^2}},$$

exprimée par une série ordonnée suivant les puissances entières et paires de z, à laquelle s'ajoutera un terme proportionnel à $l(z)$. Au reste, on peut obtenir encore la même série, à l'aide des considérations suivantes.

» La formule

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{1-2\theta\cos t+\theta^2}} = \frac{\chi(t)}{\sqrt{t^2+\alpha^2}} \tag{18}$$

donne

$$\chi(t) = \left(\frac{t^2+\alpha^2}{1-2\theta\cos t+\theta^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{19}$$

Or, concevons que la valeur précédente de $\chi(t)$ soit développée suivant les puissances entières de la variable z, liée à la variable t par l'équation

$$t = \frac{\alpha}{2}\left(z - \frac{1}{z}\right), \tag{20}$$

et posons, en conséquence,

$$\chi(t) = h_0 + h_1\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right) + h_2\left(z^4+\frac{1}{z^4}\right) + \dots. \tag{21}$$

Des formules (18) et (21), jointes à l'équation

$$\frac{dt}{\sqrt{t^2+\alpha^2}} = \frac{dz}{z},$$

on tirera

$$\int f(t)\,dt = \int \left[h_0 + h_1\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right) + h_2\left(z^4+\frac{1}{z^4}\right) + \dots\right] \frac{dz}{z},$$

et, par conséquent, on trouvera, en effectuant les intégrations à partir des origines correspondantes $t = 0$, $z = 1$,

$$(22) \qquad \int \mathrm{f}(t)\,dt = h_0 \mathrm{l}(z) + \frac{h_1}{2}\left(z^2 - \frac{1}{z^2}\right) + \frac{h_2}{4}\left(z^4 - \frac{1}{z^4}\right) + \dots$$

» Concevons maintenant que l'on considère les deux intégrales

$$(23) \qquad \int \frac{dt}{v}, \quad \int \frac{t\,dt}{v};$$

en supposant la valeur de v déterminée par la formule

$$(24) \qquad v = (1 - 2\theta \cos \lambda t + \theta^2)^{\frac{1}{2}},$$

et les deux intégrales prises à partir de l'origine $t = 0$. On reconnaîtra immédiatement que la détermination de ces intégrales peut toujours être ramenée au cas où la valeur de t est renfermée entre les limites

$$-\frac{\pi}{\lambda}, \quad +\frac{\pi}{\lambda}.$$

Adoptons cette hypothèse, et concevons encore que l'on attribue au module θ une valeur peu différente de l'unité. Alors en posant, comme ci-dessus,

$$\theta = e^{-\alpha},$$

et, de plus,

$$\frac{1}{v} = \mathrm{f}(t) = \varphi(t)\,\chi(t),$$

on prouvera que, pour obtenir des développements très-convergents des intégrales proposées, il convient de prendre

$$\varphi(t) = (\lambda^2 t^2 + \alpha^2)^{-\frac{1}{2}},$$

et de développer le seul facteur

$$(25) \qquad \chi(t) = \left(\frac{\lambda^2 t^2 + \alpha^2}{1 - 2\theta \cos \lambda t + \theta^2}\right)^{\frac{1}{2}},$$

ou le produit $t\,\chi(t)$, suivant les puissances ascendantes de la variable z, liée

à la variable t par l'équation

$$(26)\qquad t = \frac{\alpha}{\lambda}\left(z - \frac{1}{z}\right),$$

de laquelle on tire

$$\frac{\lambda\, dt}{\sqrt{\lambda^2 t^2 + \alpha^2}} = \frac{dz}{z}.$$

En opérant ainsi, et supposant toujours le développement de $\chi(t)$ représenté par le second membre de la formule (21), on trouvera

$$(27)\qquad \int \frac{dt}{v} = \frac{h_0}{\lambda}\,\mathrm{l}(z) + \frac{h_1}{2\lambda}\left(z^2 - \frac{1}{z^2}\right) + \frac{h_2}{4\lambda}\left(z^4 - \frac{1}{z^4}\right) + \ldots,$$

et

$$(28)\qquad \int \frac{t\,dt}{v} = \frac{h_0 - h_1}{\lambda}\left(z - 2 + \frac{1}{z}\right) + \frac{h_1 - h_2}{3\lambda}\left(z^3 - 2 + \frac{1}{z^3}\right) + \ldots,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(29)\qquad \int \frac{t\,dt}{v} = \frac{h_0 - h_1}{\lambda}\left(z^{\frac{1}{2}} - z^{-\frac{1}{2}}\right)^2 + \frac{h_1 - h_2}{3\lambda}\left(z^{\frac{3}{2}} - z^{-\frac{3}{2}}\right)^2 + \ldots.$$

On établirait avec la même facilité les formules qui serviraient à développer, en séries très-convergentes, les valeurs des intégrales

$$(30)\qquad \int v\,dt \quad \text{et} \quad \int t v\,dt.$$

» Observons d'ailleurs que si l'on pose, pour plus de commodité,

$$x = e^{\lambda t\sqrt{-1}},$$

on aura non-seulement

$$v^2 = 1 - 2\theta\cos\lambda t + \theta^2 = (1 - \theta x)\left(1 - \frac{\theta}{x}\right),$$

mais encore

$$\mathrm{D}_t x = \lambda\, x\sqrt{-1}, \qquad \mathrm{D}_t v = \frac{\theta\lambda}{2}\,\frac{\frac{1}{x} - x}{v}\sqrt{-1},$$

et, par suite,

$$(31)\qquad \mathrm{D}_t(x^n v) = \frac{\lambda x\sqrt{-1}}{v}\left[n(1+\theta^2)x^n - (n+\tfrac{1}{2})\theta x^{n+1} - (n-\tfrac{1}{2})\theta x^{n-1}\right].$$

Or, de cette dernière formule, jointe aux équations

$$(32)\qquad D_t(tx^n v) = x^n v + t D_t(x^n v), \quad v = \frac{(1-\theta x)(1-\theta x^{-1})}{v},$$

on conclura immédiatement que la détermination des intégrales de la forme

$$(33)\qquad \int \frac{x^n dt}{v}, \quad \int \frac{tx^n}{v} dt,$$

et même de la forme

$$(34)\qquad \int x^n v\, dt, \quad \int tx^n v\, dt,$$

peut être ramenée à la détermination des seules intégrales

$$(35)\qquad \begin{cases} \int \frac{dt}{v}, & \int \frac{x dt}{v}, \\ \int \frac{t dt}{v}, & \int \frac{tx dt}{v}. \end{cases}$$

Il y a plus; si l'on nomme μ un coefficient distinct de λ, on pourra développer l'exponentielle $e^{\mu t\sqrt{-1}}$ suivant les puissances ascendantes de $x = e^{\lambda t\sqrt{-1}}$, à l'aide de la formule

$$(36)\qquad e^{\mu t\sqrt{-1}} = \frac{1}{\pi} \sin\frac{\pi\mu}{\lambda} \Sigma(-1)^n \frac{x^n}{\frac{\mu}{\lambda} - n},$$

qui subsiste pour toutes les valeurs de t comprises entre les limites $t = -\frac{\pi}{\lambda}$, $t = \frac{\pi}{\lambda}$, la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières, positives nulle et négatives, de n; et la formule (36) continuera de subsister si l'on y remplace l'exponentielle

$$e^{\mu t\sqrt{-1}}$$

par une exponentielle de la forme

$$e^{\pm n'\mu t\sqrt{-1}},$$

n' désignant un nombre entier quelconque. Il en résulte que, si l'on pose

$$y = e^{\mu t\sqrt{-1}},$$

on pourra développer les puissances entières de y en séries ordonnées suivant les puissances entières de x. Donc, par suite, on pourra réduire encore la détermination des intégrales de la forme

$$(37) \qquad \int y^n \frac{dt}{v}, \quad \int t y^n \frac{dt}{v}, \quad \int y^n v\,dt, \quad \int y^n t v\,dt$$

à la détermination des transcendantes déjà indiquées, c'est-à-dire des intégrales (35).

» Concevons à présent que l'on prenne pour v, dans les intégrales (30), (33), (34), etc., non plus la fonction de t que détermine la formule (24), mais la distance mutuelle de deux planètes, et que le temps soit désigné par la variable t. Alors, en raisonnant comme on vient de le faire, on pourra encore développer facilement en séries convergentes les intégrales (33), (34), et les intégrales du même genre qui serviront à exprimer les variations des éléments elliptiques. Seulement, lorsqu'on voudra évaluer les intégrales (35), le facteur que nous avons désigné par $\varphi(t)$, et qui devra rester inaltérable dans chaque intégrale, ne sera plus le facteur

$$(\lambda^2 t^2 + \alpha^2)^{-\frac{1}{2}},$$

mais un facteur de la forme

$$[(t - \alpha)^2 + 6^2]^{-\frac{1}{2}},$$

les binômes $\alpha + 6\sqrt{-1}$, $\alpha - 6\sqrt{-1}$ désignant deux racines imaginaires et conjuguées de l'équation

$$(38) \qquad v^2 = 0,$$

résolue par rapport à t, savoir, celles d'entre ces racines imaginaires qui offriront le plus petit module.

» J'ajouterai qu'on pourra développer facilement les variations des éléments elliptiques en séries rapidement convergentes, si l'on attribue au facteur invariable $\varphi(t)$, non plus la forme que nous venons d'indiquer, mais une forme semblable à celle que prend le rapport $\frac{1}{v}$, quand les deux astres se meuvent dans des orbites circulaires. Alors on réduira aisément la détermination des inégalités produites dans le mouvement d'une planète m par l'action d'une autre planète m', à la détermination de quelques transcendantes, dont les

valeurs pourront être fournies par certaines tables à simple entrée, construites une fois pour toutes. Parmi les diverses méthodes qui produisent cet effet, on doit remarquer celle qui consiste à considérer le rapport $\frac{1}{v}$ comme une fonction de deux exponentielles trigonométriques variables dont la première a pour argument l'anomalie moyenne de la planète m', tandis que la seconde a pour argument la différence entre les anomalies moyennes des deux planètes, puis à développer le rapport $\frac{1}{v}$ en une série simple ordonnée suivant les puissances entières de la première exponentielle. A ce développement de $\frac{1}{v}$ correspondent des séries d'intégrales qui représentent les variations des éléments elliptiques. D'ailleurs, pour réduire ces intégrales à un très-petit nombre de transcendantes, il suffit de recourir aux formules que nous venons d'établir, et spécialement à la formule (36).

» Au reste, je me propose de consacrer un nouvel article au développement spécial de celles d'entre ces formules qui ont pour objet la détermination des mouvements planétaires. »

M. **Liouville** présente verbalement quelques remarques sur la communication que vient de faire M. Cauchy, et aussi sur le Rapport que le savant académicien a lu dans la séance du 17 mars, à laquelle M. Liouville n'assistait pas. Les observations de M. Liouville ne portent, du reste, que sur quelques-unes des assertions contenues dans ce Rapport et non sur les conclusions mêmes auxquelles il adhère volontiers.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Exposé des conditions mathématiques du nouveau système d'écluse à flotteur de* M. Girard; *par* M. **Poncelet**. (Quatrième article.)

Applications à divers cas spéciaux.

« **78.** Parmi le grand nombre des applications auxquelles les formules qui précèdent peuvent donner lieu, nous choisirons celles qui ont déjà été mentionnées vers la fin du Rapport, et qui nous paraissent très-propres à faire juger du degré et de la nature des avantages que le nouveau système d'écluses peut apporter au perfectionnement de la navigation artificielle : 1° les sas éclusés simples ou ordinaires, précédés et suivis de biefs d'une très-grande étendue

par rapport à leur capacité propre ; 2° les sas accolés doubles, d'égales sections, et qui sont accompagnés de pareils biefs ; 3° les sas accolés triples, d'égales sections et servant à franchir plusieurs chutes successives au moyen d'un seul caisson ; 4° les sas accolés triples dont l'intermédiaire, servant de gare pour le croisement des bateaux, offre une largeur triple de celle des sas extrêmes, supposés de même étendue superficielle ; 5° enfin les sas triples d'égales sections avec bassin accessoire.

» Il est d'ailleurs entendu que, dans ces différents cas, un seul caisson, divisé en deux ou trois compartiments, devra suffire pour faire franchir successivement ou simultanément, aux bateaux, les chutes mentionnées, au moyen d'une, de deux ou de trois opérations consécutives.

» **79.** Notre but ne saurait être ici, d'entrer dans tous les détails de calculs que nécessiterait un projet d'écluse à flotteur, qui devrait servir de base à l'exécution effective; nous nous proposons seulement d'offrir un aperçu des principales dimensions et proportions qui peuvent mettre à même d'apprécier soit les avantages, soit la possibilité de l'application du nouveau système d'écluse aux cas précités. C'est pourquoi nous admettrons généralement les hypothèses et simplifications sur lesquelles les formules approximatives du n° **77** sont fondées, formules qui deviendront applicables au cas de deux compartiments, en laissant de côté ce qui concerne le bassin accessoire ou le compartiment intermédiaire, et y supposant d'ailleurs (**31**), $M = 1$.

» **80.** Ainsi l'on prendra approximativement, dans ce cas simple, pour déterminer les hauteurs minimums respectives des compartiments et celles du caisson,

$$X' = x'_m = \frac{A'}{A' + B} H_m, \quad X'' = x''_m = \frac{A''}{A'' + B} H_m, \quad X' + X'' = \frac{A + B}{A} H_m;$$

la hauteur de la course verticale du caisson et celles des chutes partielles, variables ou fixes, étant respectivement données (**32**, **33** et **49**) par les formules, également abrégées,

$$y = H, \quad h' = \frac{B}{A' + B} H, \quad h = \frac{B}{A} H, \quad h'' = \frac{B}{A'' + B} H,$$

$$c' = \frac{B}{A' + B} C, \quad c = \frac{B}{A} C, \quad c'' = \frac{B}{A'' + B} C;$$

et les profondeurs approximatives du puits, au-dessous du radier des sas ou

biefs respectifs, ayant, d'un autre côté (**47** et **48**), pour expressions

$$Z \text{ ou } z' = \frac{A'}{A'+B} H_m - T_i, \quad z = z' + c' = \frac{A'}{A'+B} H_m + \frac{B}{A'+B} C - T_i, \text{ etc.},$$

d'où l'on déduira facilement ensuite la hauteur approximative des branches verticales des siphons de l'un et de l'autre compartiments.

» Enfin, pour déterminer (**20**, **21** et **22**) dans ces mêmes hypothèses, les charges motrices et les diamètres des siphons en fonction de la vitesse de régime V_1 du caisson et de la perte d'eau q, par double éclusée, il sera nécessaire (**45** et suiv.) de calculer préalablement les valeurs des quantités k, k_1, i, Q'_1, Q''_1 et B, au moyen des formules des n^os **15**, **17**, **23**, **24** et **43**, dans lesquelles on supposera $B'' = B' = B$, $\delta = 0$, et auxquelles il faudra joindre les équations (u) et (y) des n^os **25** et **29**.

» **81.** Quant aux valeurs des constantes numériques a', a'', b', b'' qui entrent (**20** et suiv.) dans les formules (l) et (m), (o) et (p), relatives aux charges motrices et aux diamètres des siphons, on supposera généralement, dans les applications qui suivent,

$$L'' = L', \; \mathcal{L}'' = \mathcal{L}', \; \frac{D''}{\mathcal{D}''} = \frac{D'}{\mathcal{D}'} = \frac{1}{2}, \; \frac{S''}{\mathcal{S}} = \frac{S'}{\mathcal{S}'} = \frac{1}{4}, \; r'' = r' = 1^{m},5, \; c'' = c' = 4^{m},712,$$

$$(0,0039 + 0,0186\, r')\frac{c'}{r'^2} = 0,0666, \quad \frac{1}{\mu''} = \frac{1}{\mu'} = 1, \quad \frac{1}{m''} = \frac{1}{m'} = \frac{3}{2};$$

ce qui donne plus simplement,

$$a' = 0,00068\frac{L'}{D'} + 0,000085\frac{\mathcal{L}'}{D'}, \quad b' = 0,02736\frac{L'}{D'} + 0,000855\frac{\mathcal{L}'}{D'} + 1,0822,$$

$$a'' = 0,00068\frac{L''}{D''} + 0,000085\frac{\mathcal{L}''}{D''}, \quad b'' = 0,02736\frac{L''}{D''} + 0,000855\frac{\mathcal{L}''}{D''} + 1,0822,$$

en admettant que l'on ait su éviter les contractions aux extrémités des siphons, conformément à ce qui a été indiqué au n° **51**.

» S'il en était autrement, μ' et μ'' pourraient, comme on l'a vu (**16**), se réduire à 0,5, le coefficient m' devenant 0,6; cela ferait prendre à b' et à b'' les nouvelles valeurs

$$b' = 0,02736\frac{L'}{D'} + 0,000855\frac{\mathcal{L}'}{D'} + 2,0944, \quad b'' = 0,02736\frac{L''}{D''} + 0,000855\frac{\mathcal{L}''}{D''} + 2,0944,$$

beaucoup plus fortes que les précédentes, et d'où résulterait une augmenta-

tion correspondante des diamètres D′ et D″ des siphons, qui, en vertu des formules approximatives (p), croissent, à peu près, comme les racines quatrièmes de b' et b'', à cause de la petitesse comparée des coefficients a' et a''.

» **82**. Cette petitesse est telle, en effet, que, quand bien même on supposerait L′ et L' de 50 mètres, ce qui excède toute prévision, le rapport de a' à b' ou de a'' à b'' s'élèverait, au plus, à 0,0154; de sorte que l'on peut, sans erreur appréciable, se servir ici des formules (p) dans les applications ordinaires, à moins qu'on ne préfère, pour plus d'exactitude, remplacer les formules (o) par les suivantes

$$\tfrac{1}{2}\mathrm{D}' = \sqrt{\frac{\mathrm{Q}'_1}{2\pi g h'_1}}\sqrt{a' + \sqrt{2gh'_1 b'}}, \qquad \tfrac{1}{2}\mathrm{D}'' = \sqrt{\frac{\mathrm{Q}''_1}{2\pi g h''_1}}\sqrt{a'' + \sqrt{2gh''_1 b''}},$$

d'un calcul un peu plus simple et d'une approximation ici très-suffisante.

» Une considération analogue permet de négliger la variabilité des longueurs L′ et L″ des siphons, dont une partie, relative aux manchons ou aux fourreaux mobiles, se replie, en quelque sorte, sur elle-même (**54** et **61**), pendant le mouvement du caisson, et donne lieu à un terme additif ou soustractif proportionnel à l'amplitude variable y (**13**), de la course de celui-ci; terme qui, dans les circonstances les plus défavorables, ne s'élèvera guère au delà de $\frac{1}{300}$ de la valeur de b' ou b''. C'est pourquoi nous prendrons approximativement, L′ et L″ égaux à leur valeur maximum relative à la position la plus élevée du caisson.

» **83**. D'un autre côté, nous admettrons, toujours en vue de simplifier les calculs, que, dans les cas d'un sas simple ou double, pour lesquels les compartiments peuvent s'alimenter aux dépens des grands biefs d'aval ou d'amont, les niveaux, dans ces biefs, restent à peu près invariables ou ne subissent que des abaissements négligeables par rapport à la grandeur même des charges motrices initiales et finales h'_0, h'_1, etc.; ce qui, redisons-le, ne serait exact qu'autant que les mêmes biefs étant, en quelque sorte, indéfinis dans les deux sens, on pût, sans erreur appréciable, supposer, dans les formules, $\mathrm{A}' = \infty$ ou $\mathrm{A}' = \mathrm{A}'' = \infty$.

» Ces préliminaires étant établis, nous allons maintenant procéder aux applications numériques annoncées, en faisant observer que les hypothèses et simplifications, adoptées dans ces calculs, sont conformes à la marche qui a été tracée dans les nos **43** et suivants, pour la résolution effective de la question, dont elles fournissent, en quelque sorte, les premières racines ou ap-

proximations, racines qu'il est indispensable de connaître pour arrêter les bases définitives du système des constructions.

» **84**. *Sas éclusé simple, avec flotteur à double compartiment.* — On aura pour ce cas, d'après ce qui précède, $A' = A'' = \infty$, $B'' = B' = B$, etc., et, par suite, en vertu des équations (i), (j), (k), (r), (t) et (y),

$$B = A,\quad Q'_1 = Q''_1 = BV_1 = AV_1,\quad k = k_1 = 1,\quad i = \tfrac{1}{2},\quad h'_1 = h''_0 = \frac{q}{2A} - h'_0,\quad h''_1 = h'_0;$$

puis, par les formules particulières du n° **80**,

$$y = H,\quad x' = x'' = H_m,\quad x' + x'' = 2H_m,\quad \text{H}' = \text{H}'' = 0,\quad \text{H} = H,\quad z' \text{ ou } z = H_m - T_t, \text{ etc.},$$

relations qui, pour la plupart, sont évidentes à priori, comme on l'a vu par le texte du Rapport, et sont, de tous points, conformes aux règles de construction adoptées, par M. Girard, dans son dernier et ingénieux projet d'écluse à flotteur, avec double compartiment, présenté à l'Académie des Sciences, dans la séance du 2 octobre 1843.

» **85**. Prenant, comme l'a fait l'auteur, $h'_0 = h''_0 = 0^m{,}05$; posant, en outre, $A = 200$ mètres carrés, ce qui se rapporte aux sas simples d'une grande dimension; supposant enfin la vitesse de régime ou uniforme du caisson $V_1 = 0^m{,}01$ par seconde, vitesse au moyen de laquelle il parcourrait une hauteur de 4^m en $400''$ sexagésimales ou moins de $7'$, il viendra

$$Q'_1 = Q''_1 = 0^m{,}01A = 2^{m.c.},\quad q = 0^m{,}2A = 40^{m.c.},\quad h'_1 = h''_1 = 0^m{,}05.$$

» La consommation d'eau, par éclusée double ou alternative, équivaudra ainsi à une tranche de $0^m{,}2$ d'épaisseur, d'une surface égale à celle du sas, et qui se réduira à $0^m{,}1$ pour chaque passage de bateau, dans le cas favorable où une montée serait immédiatement suivie d'une descente : c'est, comme on voit, le $\frac{1}{20}$ seulement de la consommation d'eau qui aurait lieu, dans les mêmes circonstances, pour un système d'écluse ordinaire, si la chute était de 4 mètres, ou le $\frac{1}{10}$ au plus, si elle se trouvait au-dessous de 2 mètres de hauteur.

» **86**. En supposant, d'autre part, que l'on ait évité les contractions aux extrémités des siphons, et prenant ici approximativement, $L' = L'' = 22^m$ et $L' = L'' = 12^m$, ce qui convient spécialement aux chutes de 4 mètres, on aura (**81**)

$$a'' = a' = \frac{0{,}01596}{D},\qquad b'' = b' = \frac{0{,}612}{D'}.$$

Substituant d'abord le nombre 1,0822 à la place de b' ou b'' dans les formules approximatives (p) du n° **22**, et supposant, en outre,

$$g = 9^{m},81, \quad \pi = 3,1416, \quad h''_1 \text{ ou } h'_1 = 0^{m},05, \quad Q''_1 \text{ ou } Q'_1 = 2^{m.c.},$$

on en tirera une première valeur $D' = D'' = 1^{m},63$, du diamètre commun des siphons; ce qui donnera

$$a' = 0,0098, \quad b' = 1,0822 + 0,3755 = 1,458;$$

nombres qui, substitués, à leur tour, dans les formules plus exactes (**82**), conduisent à la nouvelle valeur D' ou $D'' = 1^{m},766$.

» Enfin, par une dernière substitution dans ces mêmes formules, on trouve

$$a' = 0,00904, \quad b' = 1,430, \quad \text{et} \quad D' \text{ ou } D'' = 1^{m},760,$$

résultat suffisamment approché pour le but qu'on se propose.

» **87**. On pourrait réduire cette dimension des diamètres, si on la trouvait trop forte, soit en diminuant la vitesse V_1 du caisson, ou la durée de la manœuvre, soit en augmentant la consommation d'eau si les circonstances le permettent. En portant, par exemple, cette durée au double, ce qui revient à réduire V_1 à $0^{m},005$, les diamètres D' et D'' se trouveraient, en recommençant les calculs ci-dessus, réduits à $1^{m},27$ environ; la perte d'eau q, restant la même, ou $0^{m},2A$, ainsi que les charges motrices $h'_1 = h''_1 = 0^{m},05$. En doublant, au contraire, cette perte et ces charges, et laissant $V = 0^{m},01$, on trouvera D' ou D'' égal à $1^{m},47$.

» Cette diminution de diamètre a été obtenue ici par un sacrifice de liquide qui, pour une chute de 4 mètres, se réduirait encore au $\frac{1}{10}$ de la perte relative aux écluses simples ordinaires; mais, pour une chute de 2 mètres seulement, elle deviendrait double ou $\frac{1}{5}$, et serait à peu près inadmissible; du moins, l'économie, en eau et en temps, ne compenserait peut-être pas suffisamment les frais de construction de l'appareil, dans quelques circonstances. A l'inverse, dans la première hypothèse, la réduction du diamètre, à la vérité beaucoup plus sensible, se trouve rachetée par un ralentissement de la manœuvre, qui serait intolérable pour une hauteur de course de 4 mètres, équivalente à la chute même de l'écluse, bien qu'elle excède peu celui qui aurait lieu, pour la même chute, dans le système ordinaire; mais il en serait tout autrement s'il s'agissait d'une chute de 2 mètres, pour laquelle la manœuvre deviendrait

exécutable en 400 secondes environ; en laissant toujours de côté le ralentissement de vitesse qui a lieu vers la fin et le commencement du mouvement, et qui se trouve ici compensé par la promptitude avec laquelle on peut simultanément ouvrir les vannes des siphons.

» Les chutes faibles se présentent donc comme les plus avantageuses sous le rapport de la réduction du diamètre des siphons, au moyen d'un accroissement correspondant de la durée de la manœuvre, tandis qu'elles sont, au contraire, les moins favorables, sous celui de la réduction de la dépense *relative* ou *proportionnelle*. Au surplus, en construisant les extrémités libres des siphons en tôle de cuivre mince, brasée, et le reste en béton, comme on l'a indiqué dans le texte du Rapport, rien ne s'opposera à ce qu'on adopte des diamètres même au-dessus de $1^m,76$; ce qui permettra de réduire considérablement la perte de liquide, sans accroître, pour cela, proportionnellement, la durée de la manœuvre, comme le montre la formule (ν) du n° **25**, qui, en négligeant les termes en a' et a'', devient ici, approximativement, à cause de $A''=A'=\infty$, $k=1$, $B=A$,

$$\frac{q}{A}=\frac{32b'A^2}{g\pi^2 D'^2}\left(\frac{V_1}{D'}\right)^2=0,3306\,b'\frac{A^2}{D'^2}\left(\frac{V_1}{D'}\right)^2.$$

» **88**. Dans le cas où l'on n'aurait point cherché à éviter les contractions aux embouchures extrêmes des siphons, les coefficients numériques b' et b'' prendraient (**81**) la valeur générale

$$b''=b'=2,0944+\frac{0,612}{D'},$$

et celles de D' ou D'' deviendraient respectivement, pour les hypothèses cidessus (**86** et **87**), $D'=2^m,12$, $D'=1^m,42$, et $D'=1^m,66$, à très-peu près, au lieu de $1^m,76$, $1^m,27$, et $1^m,47$; ce qui montre les avantages inhérents à la suppression des contractions dont il s'agit; avantages manifestes surtout, quand, supposant les diamètres des siphons et la vitesse de régime V_1 du caisson, donnés à priori dans les équations (l) et (ν) des n^os^ **20** et **25**, on observe que les charges motrices h'_1, h''_1 et la perte d'eau q, croissent à peu près proportionnellement aux quantités b' et b'', toujours à cause de la faible influence des termes en a' et a''.

» En résumé, cette discussion que nous craindrions de pousser plus loin, et que nous tâcherons d'abréger encore dans les exemples suivants, montre que, même pour le cas des écluses à sas simples qui nous occupe, les avantages de l'appareil à flotteur imaginé par M. Girard, sont, conformément à

ce qui a été avancé, dans le texte du Rapport, sur cet appareil, assez prononcés pour engager les ingénieurs des canaux à en tenter l'application aux localités où le manque d'eau et le ralentissement de la navigation se font le plus sentir, et cela, nonobstant l'accroissement de la dépense et les difficultés d'exécution, dont, comme on l'a vu, on est bien loin d'avoir cherché à dissimuler ou à amoindir l'importance.

» **89**. *Sas éclusés doubles ou accolés.* — Ces sas ayant, par hypothèse, des sections égales, et étant suivis ou précédés de biefs que l'on considère ici, approximativement, comme indéfinis par rapport à leurs dimensions propres, on placera le caisson dans l'eau du sas inférieur, afin que le compartiment correspondant se trouvant plus chargé, il en résulte aussi plus de stabilité. On aura ainsi, en raisonnant toujours dans les hypothèses des nos **79** et suivants, où $B'' = B' = B$, $\delta = 0$, etc.,

$$A' = \infty, \quad A'' = A, \quad B = \tfrac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)A = 0{,}618\,A;$$

ce qui donne, au moyen des formules déjà citées (**80** et **84**),

$$Q'_1 = BV_1 = \tfrac{1}{2}(\sqrt{5}-1)AV_1 = 0{,}618\,AV_1, \quad Q''_1 = \tfrac{1}{2}(3-\sqrt{5})AV_1 = 0{,}382\,AV_1,$$

$$k = \tfrac{1}{2}(\sqrt{5}-1) = 0{,}618, \quad k_1 = \tfrac{1}{2}(3-\sqrt{5}) = 0{,}382, \quad k + k_1 = 1, \quad i = \frac{k_1}{k+k_1} = \tfrac{1}{2}(3-\sqrt{5}) = 0{,}382;$$

puis $$x' = H_m, \quad x'' = 0{,}618\,H_m, \quad h' = 0, \quad h = 0{,}618\,H, \quad h'' = 0{,}382\,H,$$

$$z' \text{ ou } z = H_m - T_i, \quad c' = 0, \quad c = 0{,}618\,C, \quad c'' = 0{,}382\,C, \text{ etc.},$$

l'amplitude y_1 de la course du caisson étant toujours égale à H.

» Les débits d'eau, par seconde, Q'_1 et Q''_1 des siphons, pendant la durée du régime uniforme, étant ici forcément inégaux, il faut bien qu'il en soit ainsi ou des charges motrices h'_1, h''_1, ou des diamètres D' et D'' des siphons : le plus grand diamètre correspondant nécessairement, comme le montrent les formules du n° **22**, à la plus grande valeur du rapport du carré de chaque débit à la charge qui est censée le produire.

» **90**. Les équations (y) du n° **29** donnent, en général, pour déterminer, dans le cas actuel, la relation mutuelle entre les charges motrices initiales et finales, de manière à satisfaire, le mieux possible, aux conditions imposées par les circonstances locales,

$$h'_1 = 0{,}618\frac{q}{A} - h'_0, \quad h''_1 = 0{,}309\frac{q}{A} + 1{,}618\,h'_0, \quad h'_0 = 1{,}309\frac{q}{A} - 1{,}618\,h'_0.$$

On peut, sous le point de vue économique des constructions, se proposer de rechercher, d'après les indications du n° **45**, la valeur de h'_0 qui rend les diamètres D' et D'' des siphons, approximativement égaux, malgré la différence considérable qui existe ici entre les valeurs de Q'_1 et de Q''_1. En opérant, soit par la formule générale de ce numéro, soit numériquement, en posant de suite l'égalité

$$\left(\frac{Q'_1}{Q''_1}\right)^2 = \frac{h'_1}{h''_1} \quad \text{ou} \quad \frac{h'_1}{h''_1} = \frac{0{,}618\,\frac{q}{A} - h'_0}{0{,}309\,\frac{q}{A} + 1{,}618\,h'_0} = \left(\frac{0{,}618}{0{,}382}\right)^2 = 2{,}618,$$

on trouvera, pour la valeur de h'_0 et celles des différentes charges motrices,

$$h'_0 = -0{,}0365\,\frac{q}{A}, \quad h'_1 = 0{,}655\,\frac{q}{A}, \quad h''_1 = 0{,}250\,\frac{q}{A}, \quad h''_0 = 1{,}368\,\frac{q}{A}.$$

La valeur de h'_0, bien qu'elle soit négative, n'en fournit pas moins, en raison de sa petitesse même, une solution du problème, admissible en pratique, sauf la difficulté de satisfaire à l'équation d'équilibre (i') du n° **40**, ainsi qu'on le verra ci-après; car elle signifie seulement qu'à l'origine de la descente du caisson, le niveau, dans le bief inférieur A', doit se trouver de quelques millimètres au-dessous de celui du compartiment correspondant, au lieu de lui être supérieur. Or, on doit admettre qu'en vertu du mouvement de l'appareil résultant de l'affluence de l'eau, dans le compartiment supérieur, sous la charge initiale h''_0, la charge variable d'aval h' convergera rapidement vers sa limite positive h'_1, fournie dans chaque cas, par les équations ci-dessus.

» En prenant ici $L' = L'' = 22^m$, $L' = L'' = 14^m$, ce qui donne

$$a'' = a' = \frac{0{,}01615}{D'}, \quad b'' = b' = \frac{0{,}6138}{D'} + 1{,}0822,$$

et supposant, en outre, $q = 0^m{,}1\,A$ seulement, $V_1 = 0^m{,}01$, et toujours $A = 200^{m.q.}$, on trouve, par la marche suivie au n° **86**, à des fractions près négligeables, $D' = D'' = 1^m{,}32$.

» Cette même valeur commune, substituée à l'inverse, ainsi que celles de

$$Q'_1 = 0{,}618\,AV_1 = 1^{m.c.}{,}236, \quad Q''_1 = 0{,}382\,AV_1 = 0^{m.c.}{,}764, \text{ etc.},$$

dans les expressions (l) du n° **20**, donnent plus rigoureusement, pour les valeurs des charges motrices,

$$h'_1 = 0^m{,}0655, \quad h''_1 = 0^m{,}0253, \quad \text{puis} \quad h'_0 = -0^m{,}0041, \quad h''_0 = 0^m{,}1370,$$

quantités qui diffèrent extrêmement peu des précédentes, déduites, à priori, de la condition d'égalité des diamètres D′ et D″.

» **91.** Ces diamètres croissant, à très-peu près (**22** et **82**), comme les racines quatrièmes du rapport du carré des débits d'eau ou des vitesses V_1, aux charges motrices correspondantes, on voit que si, tout restant le même, on suppose V_1 double ou égal à $0^m,02$, les nouveaux diamètres, toujours censés égaux, différeront très-peu de $1,414 \times 1^m,32 = 1^m,87$; ce qui suffit pour montrer les avantages de l'appareil dans le cas actuel des sas éclusés doubles, puisque, avec des charges motrices et une consommation d'eau aussi faibles, la manœuvre du caisson pourrait s'effectuer en 250 secondes, ou un peu plus de 4 minutes, pour une chute de 5 mètres par exemple.

» Mais ces avantages, ainsi que celui qui résulte de la réduction de la hauteur $x' + x'' = 1,618\,H_m$ et de la section horizontale B du caisson, sont ici rachetés par l'accroissement de la profondeur z ou $z' = H_m - T_i$ du radier du puits, au-dessous de celui du sas d'aval A (**89**); profondeur qui, pour une chute maximum H_m de 5 mètres, et un tirant d'eau minimum T_i de $1^m,5$ par exemple, serait au moins de $3^m,5$. Or, un pareil inconvénient ne pourrait être évité qu'en renonçant à la condition relative à la stabilité du caisson, et renversant, en quelque sorte, la solution du problème, c'est-à-dire, en faisant communiquer le puits avec le sas d'amont, et prenant, en conséquence, $A' = A$ et $A'' = \infty$ dans les équations; ce qui donnerait toujours $B = 0,618\,A$, mais $z' = 0,618\,H_m - T_i$ seulement, et d'ailleurs $x' = 0,618\,H_m$, $x'' = H_m$. Le caisson se trouvant dès lors plus chargé vers le haut que vers le bas, il deviendrait nécessaire d'assurer sa marche par des galets roulant sur des guides verticaux très-solides.

» **92.** Remarquons, d'un autre côté, en terminant ce qui concerne les sas éclusés doubles, que, si l'on ne tient point à l'égalité des diamètres des siphons, on pourra s'imposer une autre condition qui facilitera beaucoup le jeu de la manœuvre par l'éclusier, ou le règlement des niveaux supérieurs et inférieurs, et le rapprochera singulièrement de celui du cas précédent. Si l'on recherche, en effet, au moyen des expressions générales ci-dessus (**90**) des charges motrices, à satisfaire à la condition particulière $h'_1 = h'_0$, qui a lieu pour le sas simple, on obtient simultanément

$$h'_1 = h'_0 = 0,309\,\frac{q}{A}, \qquad h''_1 = h''_0 = 0,809\,\frac{q}{A}.$$

Dans cette même circonstance, les diamètres D′ et D″ seront à peu près entre

eux, dans le rapport de 1,63 à 1; et si l'on prend pour exemple, le cas de $A=200^{\text{m.q.}}$, $q=0^{\text{m}},1A$, $V_1=0^{\text{m}},01$, on trouve $D'=1^{\text{m}},60$ et $D''=1^{\text{m}},00$ environ; dimensions admissibles, mais qui cesseraient de l'être, du moins pour le diamètre du siphon d'aval, si la consommation d'eau q, restant la même, on voulait doubler V_1 ou réduire à moitié la durée de la manœuvre. On aurait alors approximativement, en effet, $D'=2^{\text{m}},26$ et $D''=1^{\text{m}},40$; ce qui démontre l'avantage inhérent à l'égalité des diamètres des siphons, indépendamment de celui qui ressort de l'économie et de la simplicité même des constructions.

» **93.** *Sas accolés triples, d'égales sections.* — Ces sas se trouvant complètement isolés des biefs extrêmes, pendant la durée de la manœuvre du caisson, leur étendue propre n'entre plus dans les équations fondamentales du système, et ils n'exerceraient d'influence qu'autant que, dans l'intervalle de deux opérations consécutives, leurs niveaux eussent notablement varié par des causes étrangères. Quoi qu'il en soit, ces équations deviennent ici (**79** et suiv.)

$$A''=A'=A,\quad B=(\sqrt{2}-1)A=0,414A,\quad k=k_1=1,\quad i=\tfrac{1}{2}(\sqrt{2}-1)=0,207,$$

d'où l'on tire immédiatement (**17** et **80**)

$$Q''_1=Q'_1=(1-\tfrac{1}{2}\sqrt{2})AV_1=0,293AV_1,\quad x'=x''=0,707H_m,\quad y_1=H,$$
$$h'=h''=0,293H,\quad h=0,414H,\quad c'=c''=0,293C,\quad c=0,414C,$$
$$z'=0,707H_m-T_i,\quad z=z'+c',\ \text{etc.}$$

» Il viendra de même (**29**), pour les conditions relatives au règlement des niveaux dans les différents sas ou biefs,

$$h'_1=1,707\frac{q}{A}-h'_0,\quad h''_1=h'_0,\quad h''_0=h'_1.$$

Ces relations font, de suite, apercevoir que les avantages du dispositif actuel, sous le rapport de la consommation d'eau et de la diminution des sections horizontales du caisson, sont encore plus prononcés que dans le cas précédent. On peut donc, en vue de simplifier les constructions, s'imposer encore ici la condition que les siphons aient le même diamètre, ce qui donne, tout au moins approximativement,

$$h''_0=h'_0=h''_1=h'_1=0,854\frac{q}{A}.$$

» **94.** Pour exemple, prenons ici $L'=L''=32^{\text{m}}$, $\mathcal{L}'=\mathcal{L}''=16^{\text{m}}$, ce qui

convient à une chute de 8 mètres; on aura, en général (**81**),

$$a'' = a' = \frac{0,0231}{D'}, \quad b'' = b' = 1,0822 + \frac{0,8892}{D'}.$$

Supposant, en outre, comme dans le cas précédent de sas doubles, $q = 0^{m},1\,A$, $A = 200$ mètres carrés, et $V_1 = 0^{m},02$, afin d'abréger la durée de la manœuvre, il viendra

$$h''_0 = h'_0 = h''_1 = h'_1 = 0^{m},0854, \quad Q'_1 = Q''_1 = 1^{m.c.},172, \quad D'' = D' = 1^{m},25,$$

en négligeant toujours la considération des fractions de centimètres.

» La hauteur de course du caisson étant approximativement égale à la chute entière, il résultera, de l'hypothèse $V_1 = 0^{m},02$, que la durée de la manœuvre, pour une chute de 8 mètres, surpassera de très-peu 400 secondes, soit 7 minutes; mais, comme il faut une triple opération pour faire franchir consécutivement aux bateaux les trois sas, la durée totale de la manœuvre sera réellement de 1200″, durée, à la vérité, peu différente de celle qui a lieu dans l'état actuel des choses, mais qu'on peut encore réduire en agrandissant convenablement le diamètre commun des siphons, ou augmentant un peu la consommation d'eau, ici à peine le $\frac{1}{25}$ de celle qui a lieu dans les sas accolés ordinaires.

» En prenant $q = 0^{m},2\,A$, $V_1 = 0^{m},03$, on trouvera

$$h''_0 = h'_0 = h''_1 = h'_1 = 0^{m},171, \quad Q'_1 = Q''_1 = 1^{m.c.},758, \quad D'' = D' = 1^{m},28.$$

» Dans cette même hypothèse, la durée totale de la double manœuvre serait d'environ $\frac{2}{3}\,1200'' = 800$ secondes, soit 14 minutes seulement.

» D'un autre côté, on peut voir, par les formules approximatives ci-dessus (**93**), que la profondeur z' du puits, au-dessous du radier du sas d'aval, se réduit ici aux 0,707 de la chute maximum du système d'écluse, diminuée de la profondeur du tirant d'eau minimum, c'est-à-dire $4^{m},16$ environ pour une chute de 8 mètres et un tirant d'eau de $1^{m},5$ seulement; résultat très-peu supérieur à celui (**91**) qui a été obtenu dans le cas précédent de deux sas accolés.

» Ces différentes circonstances laissent apercevoir la possibilité et les avantages de la combinaison suivante, dont l'heureuse idée est due à M. Girard.

» **95**. *Sas accolés triples dont l'intermédiaire sert de gare aux bateaux.* —

Supposons (**78**) les sas extrêmes d'égales sections, et celui du milieu d'une section triple, ce qui paraît très-suffisant pour que deux bateaux venant, l'un d'amont, l'autre d'aval, puissent s'y croiser après avoir été simultanément élevés ou abaissés, dans les sas extrêmes, en vertu d'une simple ou unique manœuvre du flotteur, on aura les équations fondamentales

$$A = 3A'' = 3A', \quad B = (\sqrt{7} - 2)A' = 0{,}646\,A', \quad k = k_1 = 1, \quad i = \tfrac{1}{6}(\sqrt{7} - 2) = 0{,}323\,;$$

ce qui conduit à ces autres formules :

$$Q''_1 = Q'_1 = \tfrac{1}{6}(5 - \sqrt{7})A'V_1 = 0{,}392\,A'V_1, \qquad x' = x'' = \tfrac{1}{6}(\sqrt{7} + 1) = 0{,}608\,H_m,$$

$$h' = h'' = \tfrac{1}{6}(5 - \sqrt{7})H = 0{,}392\,H, \qquad h = \tfrac{1}{3}(\sqrt{7} - 2)H = 0{,}215\,H;$$

$$y_1 = H, \quad c' = c'' = 0{,}392\,C, \quad c = 0{,}215\,C, \quad z' = 0{,}608\,H_m - T_i, \quad z = z' + c' \text{ etc.}$$

Les équations (y) du n° **29** deviennent pareillement, en vertu des valeurs de B, A, k, k_1 et i,

$$h''_0 = h'_0 = h''_1 = h'_1 = \tfrac{1}{2}(\sqrt{7} + 5)\frac{q}{A'} = 0{,}637\,\frac{q}{A'}.$$

» **96**. Supposant, comme ci-dessus, $A' = 200^m$, $L' = L'' = 32^m$, $L' = L'' = 16^m$, $q = 0^m{,}2A'$, $V_1 = 0^m{,}02$, ce qui permet au caisson de franchir, en moins de 7 minutes, une hauteur y_1, de 8 mètres, équivalente à la chute totale, on trouvera

$$h''_0 = h'_0 = h'_1 = h''_1 = 0^m{,}127, \quad Q'_1 = Q''_1 = 1^{m.c.}{,}569, \quad D' = D'' = 1^m{,}33\,;$$

valeurs très-convenables, et qui montrent qu'on pourrait, sans difficulté encore, réduire la durée de la triple manœuvre du caisson aux deux tiers de 1200″, ou à 14 minutes environ, en prenant $V_1 = 0^m{,}03$, vitesse qui donne aux diamètres égaux des siphons, la valeur sensiblement plus forte $1^m{,}63$, à très-peu près.

» La hauteur $x' = x'' = 0{,}608\,H_m$, commune aux compartiments, et la profondeur z' du puits au-dessous du radier du sas d'aval, sont, comme on voit, un peu moindres que dans le cas (**93**) de l'égalité des sas; mais ces avantages se trouvent, en quelque sorte, compensés par l'agrandissement du diamètre des siphons, et surtout de la section horizontale B du caisson.

» **97**. *Sas accolés triples avec bassin accessoire ou d'épargne.* — Cette disposition pourrait s'appliquer à chacune des précédentes, et offrirait un grand nombre de combinaisons distinctes; mais nous ne traiterons que le cas où

les sections des sas et celle du bassin auxiliaire sont toutes égales entre elles; de sorte que $A' = A'' = A''' = A$. Raisonnant, de plus, dans les hypothèses des nos **77** et **80**, où l'on suppose $B' = B'' = B''' = B$, $\delta = 0$, etc., on trouvera, par les formules et équations des nos **66**, **67** et **71**,

$$B = (\sqrt{3} - 1)A = 0,732\,A, \quad k = k_1 = k' = 1, \quad \frac{1}{i_1} = 3 + 2\sqrt{3} = 6,466;$$

ce qui donne, en premier lieu (**17** et **68**, **52** ou **73**), toujours approximativement,

$$Q'''_1 = Q''_1 = Q'_1 = (1 - \tfrac{1}{3}\sqrt{3}) = 0,423\,AV_1, \quad M = \tfrac{1}{2}(3 - \sqrt{3}) = 0,634, \quad y_1 = MH = 0,634\,H;$$

puis, par les formules du n° **77**, et celles du n° **33**, dont on néglige également les derniers termes,

$$x''' = x'' = x' = \tfrac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)H_m = 0,366\,H_m, \quad \mathrm{H}' = \mathrm{H}'' = 0,268\,H, \quad \mathrm{H} = 0,464\,H, \quad z = 0,366\,H_m - T_i \text{ etc.};$$

enfin, par celles du n° **72**, et sans rien négliger,

$$h'''_1 = -1,289\frac{q}{A} + h''_0 + h'_0, \quad h''_1 = 1,577\frac{q}{A} - h''_0, \quad h'_1 = 1,577\frac{q}{A} - h'_0, \quad h'''_0 = 1,867\frac{q}{A} - h''_0 - h'_0.$$

» **98**. Ces dernières équations laissant deux charges motrices arbitraires, pourvu qu'on attribue à j'_m, j''_m, P, E'', etc., des valeurs qui satisfassent aux équations de condition des nos **38**, **74** et **76**, on pourra s'imposer encore, dans ce cas général, la condition que les diamètres des siphons soient égaux. Continuant, pour la simplicité des calculs, à attribuer à ces siphons les mêmes longueurs $L' = L'' = L''' = 32$ mètres, ainsi qu'aux canaux d'amenée du liquide pour lesquels nous prendrons $\mathcal{L}' = \mathcal{L}'' = \mathcal{L}''' = 16$ mètres, comme dans le cas précédent; supposant, en outre, que l'on ait évité, autant que faire se peut, les contractions aux diverses embouchures de ces mêmes conduits, ce qui donne (**81**)

$$a''' = a'' = a' = \frac{0,0231}{D'}, \quad b''' = b'' = b' = 1,0822 + \frac{0,8892}{D'},$$

il résultera de l'égalité des débits Q'_1, Q''_1, Q'''_1, et de la forme même des expressions (o) et (p) du n° **22**, les conditions

$$h'''_1 = h''_1 = h'_1 \quad \text{ou} \quad h''_0 = h'_0, \quad 2h'_0 - 1,289\frac{q}{A} = 1,577\frac{q}{A} - h'_0;$$

d'où l'on tire pour calculer les valeurs des charges motrices, dans l'hypothèse dont il s'agit,

$$h_1''' = h_1'' = h_1' = 0{,}622\,\frac{q}{A}, \quad h_0'' = h_0' = 0{,}955\,\frac{q}{A}, \quad h_0''' = -\,0{,}0446\,\frac{q}{A}.$$

» D'après les réflexions déjà émises (**90**) pour les cas de deux sas accolés, cette dernière valeur, bien que négative, n'en doit pas moins être considérée comme une solution vraiment pratique du problème; de plus, elle n'offre ici aucune difficulté relativement à l'équilibre hydrostatique initial du flotteur. En l'admettant donc, ainsi que les précédentes, et prenant, pour exemple, $A = 200^{m.q.}$, $q = 0^m,1A$ et $V_1 = 0^m,02$, on tirera des formules ci-dessus, ainsi que de celles des n^{os} **22** et **82**, à cause de $Q_1''' = Q_1'' = Q_1' = 1^{m.c.},688$,

$$h_1''' = h_1'' = h_1' = 0^m,0622, \quad h_0'' = h_0' = 0^m,0955, \quad h_0''' = -\,0^m,0045,$$
$$D''' = D'' = D' = 1^m,59;$$

valeurs convenables, sauf la dernière qui est un peu forte, mais qui se réduirait à $0,84 \cdot 1,59 = 1^m,34$ environ, si l'on supposait la perte d'eau $q = 0^m,2A$, V_1 restant le même, et à $1^m,64$, si l'on supposait, à la fois, $q = 0^m,2A$, $V_1 = 0^m,03$, en vue d'activer la manœuvre.

» Quant aux dimensions verticales de l'appareil, on voit, par la comparaison des formules établies au commencement de ce paragraphe (**95**), avec leurs analogues du cas précédent (**93**), qu'elles seront notablement moindres; conformément à ce qui a été annoncé dans le résumé du Rapport présenté à l'Académie des Sciences, sur le nouveau système d'écluse à flotteur.

» **99.** *Exemple d'une application numérique complète des formules.* — Les applications précédentes n'offrant que des approximations grossières, propres seulement à faire juger de l'influence relative des données de chaque problème sur les principales dimensions ou proportions de l'appareil, notre tâche resterait en quelque sorte incomplète, du moins pour les ingénieurs qui ne peuvent demeurer dans le cercle de pareilles approximations, si nous ne donnions un exemple de la manière dont on doit tenir compte des divers éléments jusqu'ici négligés, et de l'étendue des modifications qu'ils peuvent apporter dans les résultats de nos premières solutions. Nous choisirons, à cet effet, le cas où le caisson, à double compartiment, doit faire franchir aux bateaux trois sas étagés d'égales sections, cas qui nous a occupé au n° **93**, et dont nous conserverons ici les données fondamentales, en tenant compte de l'épaisseur des parois, ainsi que des jeux ou espaces libres d'abord négligés,

et qui sont indispensables pour faciliter le mouvement des diverses parties de l'appareil.

» **100**. On a trouvé approximativement, dans cet endroit, en supposant

$$A = 200^{\text{m.q.}}, \quad H_m = 8^{\text{m}}, \quad q = 0^{\text{m}},2A, \quad V_1 = 0^{\text{m}},03,$$

valeurs dont les dernières seront considérées comme des limites extrêmes, $D' = D'' = 1^{\text{m}},28$, pour le diamètre commun aux siphons, soit $1^{\text{m}},3$ pour le diamètre extérieur de leurs fourreaux mobiles (**54** et **61**); ce qui donne approximativement aussi (**93**), 1° pour l'aire des sections horizontales du caisson, déduction faite (**13**) des surfaces qui, sur sa base inférieure, se trouvent soustraites à la pression extérieure du liquide, et 2° pour le poids de la charge d'eau maximum sur le fond du compartiment supérieur,

$$B \doteq 0,414A = 82^{\text{m.q.}},8, \Pi B x''_m \text{ ou } \Pi B x'' = 1000^{\text{k}}.82^{\text{m.q.}},8 \,.\, 0,707 H_m = 468317^{\text{k}}.$$

» L'aire totale des vides affectés au passage des siphons ou de leurs fourreaux mobiles étant $\frac{1}{2}\pi(1,30)^2 = 2^{\text{m.q.}},65$, la surface totale de la base du caisson supposé cylindrique, sera approximativement de $82,8 + 2,65 = 85^{\text{m.q.}},45$, sa circonférence de $32^{\text{m}},77$, et son rayon de $5^{\text{m}},21$; ce qui donne pour l'aire du vide au pourtour du caisson, dans le puits, $6^{\text{m.q.}},58$, en lui supposant $0^{\text{m}},18$ de largeur. Par suite, on a ici (**13**), $\delta = 0,072$, soit $\delta = 0,07$.

» D'un autre côté, la charge de 468317 kilogrammes se répartissant sur l'étendue $82^{\text{m.q.}},8$, et les supports, en fonte évidée, du compartiment inférieur offrant une résistance d'au moins 10 millions de kilogrammes par mètre carré, la somme des aires de leurs sections transversales sera, tout au plus, de $0^{\text{m.q.}},0468$; celle de la paroi extérieure du caisson, d'une épaisseur de $0^{\text{m}},003$, au maximum, sur une circonférence de $32^{\text{m}},77$, sera pareillement, au plus, de $0^{\text{m.q.}},0982$; enfin, la somme des aires intérieurement occupées par le fourreau fixe du compartiment d'en haut et par le vide du fourreau mobile du compartiment d'en bas, étant supposée de $\frac{1}{4}\pi(1^{\text{m}},32)^2 + \frac{1}{4}\pi(1,30)^2 = 2^{\text{m.q.}},69$, ce qui donne un excès de $0^{\text{m.q.}},04$ sur la somme correspondante $2^{\text{m.q.}},65$ des vides extérieurs, il en résulte que celui de B sur B' sera moindre que

$$0^{\text{m.q.}},0468 + 0^{\text{m.q.}},0982 + 0^{\text{m.q.}},04 = 0^{\text{m.q.}},185 \text{ ou } 0,00224 = \frac{1}{446} \text{ de B}.$$

» Quant à B'', il différerait de B', de toute la quantité $0^{\text{m.q.}},048$, augmentée de l'aire $\frac{1}{4}\pi(1,30)^2$ de l'espace occupé par le fourreau mobile du compar-

timent inférieur, etc., si l'on n'avait disposé dans l'autre compartiment (**41**), pour établir une exacte compensation, un tube vide, qui doit correspondre d'ailleurs verticalement à l'embouchure du siphon d'aval.

» **101**. D'après ces différentes hypothèses, on supposera, dans l'équation fondamentale (i) du n° **15**,

$$B'' = B' = 0{,}998\,B, \quad A'' = A' = \mathcal{A}, \quad A = \mathcal{A} + \delta B = \mathcal{A} + 0{,}07\,B;$$

ce qui lui fera prendre la forme purement numérique

$$\frac{2\mathcal{A}}{B + 1{,}002\,\mathcal{A}} = \frac{\mathcal{A} + 1{,}07\,B}{\mathcal{A} + 0{,}07\,B}; \quad \text{d'où } \frac{B}{\mathcal{A}} = 0{,}4193, \text{ puis } B' = 0{,}4185\,\mathcal{A},$$

au lieu de $0{,}414\,A$ (**93**), $\mathcal{A}$ devant être ici substitué à A, ou supposé de $200^{\text{m.q.}}$, ce qui ne changera que d'une manière insensible le résultat de cette deuxième approximation.

» Les formules (j), (k), (r) et (y) des n^os^ **15**, **17**, **25** et **29**, donneront, en conséquence,

$$k_1 = k = 1, \; i = 0{,}204, \; Q''_1 = Q'_1 = 0{,}295\,\mathcal{A}V_1, \; h''_1 = h'_0, \; h''_0 = h'_1 = 1{,}703\,\frac{q}{A} - h'_1.$$

» Par les hypothèses $A' = 200^{\text{m.q.}}$, $V_1 = 0^{\text{m}},03$, $q = 0{,}2\mathcal{A}$, admises ci-dessus, et par la condition de l'égalité des diamètres, on aura ensuite (**28**)

$$Q''_1 = Q'_1 = 1^{\text{m.c.}},770, \; h''_0 = h''_1 = h'_1 = h'_0 = 0{,}851\,\frac{q}{\mathcal{A}} = 0^{\text{m}},1707,$$
$$v_1 = 0{,}698\,\frac{q}{\mathcal{A}} = 0^{\text{m}},14, \quad v''_1 = v'_1 = \frac{q}{\mathcal{A}} = 0^{\text{m}},2.$$

» Ces résultats diffèrent tellement peu de ceux qui ont été obtenus pour les mêmes données au n° **94**, qu'il devient à peu près inutile de calculer une nouvelle valeur du diamètre commun des siphons, à moins qu'on cesse de se contenter de l'approximation par laquelle on a obtenu $D' = D'' = 1^{\text{m}},28$, à quelques millimètres près.

» **102**. Si l'on substitue les valeurs de $A = 1{,}07\mathcal{A}$, B, $B'' = B'$, q, h'_0, etc., dans les formules des n^os^ **30** et suivants, on trouvera

$$M = 1{,}002344, \quad N = 0^{\text{m}},539, \quad y_1 = 1{,}002344(H - 0^{\text{m}},539) = 1{,}002344\,H - 0^{\text{m}},54;$$
$$\text{H} = 0{,}408\,H - 0^{\text{m}},08, \quad \text{H}'' = \text{H}' = 0{,}297\,H - 0^{\text{m}},04,$$
$$x''_m = x'_m = 0{,}7066\,H_m - 0^{\text{m}},38 = 5^{\text{m}},27, \quad y_m = 7^{\text{m}},48;$$

puis au moyen de celles des n^{os} **38** et **40**,

$$x' = 5^m,27 - E'_m + j'_m - e',\quad x'' = 5^m,27 - E'' - j'_m,\quad j'_m = H_\circ - y_\circ - \text{etc.} = 0^m,32 - E'_m - e'',$$

$$h'_\circ \text{ ou } 0^m,1707 = \frac{P}{83860} + 0,998E'' - e',$$

en négligeant, dans la derniere de ces équations, relative à l'équilibre initial du caisson, les termes excessivement petits, qui ont la quantité B—B′ pour facteur.

103. La valeur approximative $2x' = 10^m,54$ de la hauteur $x' + x''$ du caisson, permet d'évaluer à 16000 kilogrammes environ le poids de ses parties matérielles. Pour que ce poids pût être substitué à P, dans l'équation d'équilibre hydrostatique dont il s'agit, il faudrait qu'en donnant à E″ la valeur $0^m,05$ (**42**), l'épaisseur réduite e', du fond inférieur du caisson, fût justement égale à $0^m,069$; valeur qui n'est point admissible malgré la présence des madriers de renfort dont ce fond doit être muni, à moins que, leur donnant une très-grande épaisseur et les composant de bois léger, on en couvre la surface entière de ce fond.

En supposant, d'après le système de construction adopté, l'épaisseur moyenne ou réduite $e' = 0^m,04$ seulement, on tirera directement de l'équation, dont il s'agit, la valeur P = 13500 kilogrammes, sur laquelle le poids reel du caisson, 16000 kilogrammes, offre un excédant de 2500 kilogrammes, qu'il faudra mettre en équilibre au moyen du système des contre-poids guides, ce qui est ici facile. Mais, cet excédant dût-il être équivalent à la totalité des 16000 kilogrammes, comme cela arriverait si la charge initiale $h'_\circ$ devait être à peu près nulle (**90**), on n'en satisferait pas moins à la condition de l'équilibre hydrostatique, au moyen du système des contre-poids dont on réduirait la valeur : 1° en diminuant encore plus l'épaisseur de la tranche d'eau initiale E″ ; 2° en doublant entièrement de madriers, comme on l'a dit, le fond inférieur du caisson, ce qui pourrait élever l'épaisseur e' de ce fond à $0^m,08$ ou $0^m,10$.

104. Maintenant, si, pour achever le calcul des dimensions verticales du caisson, on adopte les valeurs $E'_m = 0^m,10$, $E'' = 0^m,05$, $e'' = e' = 0^m,04$, $j'' = 0^m,03$, on obtiendra numériquement (**102**)

$$j'_m = 0^m,23,\quad x' = 5^m,64,\quad x'' = 5^m,35,\quad x' + x'' = 10^m,99.$$

Enfin, si, pour fixer la position relative des divers radiers, etc., l'on se

donne (**47**)

$$j_m = 0^m,2, \quad C = 7^m,6, \quad T_i = 1^m,30, \quad \dot{T}_m = \ddot{T}_m = 1^m,70,$$

ce qui s'accorde avec la supposition $H_m = 8^m$, puis

[illegible] $= 0^m,20$, $d_m = 0^m,$[illegible], [illegible] $= 0^m,10$, [illegible]

on déduira des formules établies aux n^{os} **48**, **49**, **57** et **63**

$c = 3^m,02$, $c' = c'' = 2^m,21$, Z ou $z = 4^m,43$, $z = 6^m,69$, $z' = 9^m,71$, $Z =$ [illegible]
$\lambda = 5^m,41$, $l' = 2^m,64$, $\rho = 2^m,87$, $\lambda' = 4^m,05$, $l'' = 4^m,16$, $\rho'' = 1^m,72$, $\lambda' + \rho' = 5$ [illegible]

valeurs dont les dernières se rapportent (**55** et **62**) aux dimensions des fourreaux et branches verticales de siphons qui amènent le liquide dans les compartiments respectifs du caisson. Celles de ρ' et ρ'' montrent, en particulier, que les sommets de ces branches respectives seront, ici, bien loin d'atteindre la partie évasée des fourreaux qui leur correspondent, comme on en a manifesté la crainte au n° **59**; de sorte qu'il deviendrait possible d'accroître notablement la valeur de d'_m, et, par suite, la longueur de la partie fixe du siphon d'aval, aux dépens de celle λ' du fourreau mobile.

» Mais nous n'insisterons pas davantage sur ces détails et ces calculs, dont nous n'avons présenté ici le développement que pour déférer au vœu de plusieurs personnes éclairées. Nous laisserons aux ingénieurs le soin d'y apporter, ainsi qu'au dispositif général de l'appareil, telles modifications qu'ils jugeraient convenables dans l'intérêt de l'économie des constructions ou de la simplification même de la manœuvre.

» **105**. *Récapitulation et conséquences générales*. — Nous croyons faire une chose utile, en terminant ces applications numériques, de présenter ici une sorte de tableau résumé des principaux résultats auxquels le calcul nous a conduit, et qui, ainsi réunis et rapprochés, feront apprécier, d'un seul coup d'œil, les avantages relatifs de l'appareil, dans les divers cas examinés, tout en offrant une idée approximative des dimensions qu'il importe le plus de connaître lorsqu'il s'agit de fixer un choix ou de préparer les bases d'un avant-projet.

AIRES des sas ou biefs.	DIMENSIONS du caisson, Aire B.	Hauteur $x' + x''$.	HAUTEURS des comparti-ments.	CHUTES partielles.	PROFONDEUR du puits au-dessous du niveau d'aval.	CONSOMMATION d'eau totale q.	VITESSE du caisson.	DIAMÈTRES égaux des siphons pour A′ ou A = 200.	CHUTE totale H.	DURÉE correspondante du passage.	ÉCONOMIE relative en eau.	temp[illegible]
							m	m	m			
Premier cas. Sas simples, $A' = A'' = \infty$.	1,000 A	2,000 H_m	$x'' = 1{,}000\ H_m$	$H = 1{,}000\ H$	1,000 H_m	0,2 A	0,005	1,27	2,00	400″	0,90	0,0[illegible]
			$x' = 1{,}000\ H_m$			0,2 A	0,010	1,76	4,00	400	0,95	0,2[illegible]
						0,4 A	0,010	1,47	4,00	400	0,90	0,2[illegible]
Deuxième cas. Sas doubles, $A' = \infty$, $A'' = A$	0,618 A	1,618 H_m	$x'' = 0{,}618\ H_m$	$H'' = 0{,}382\ H$	1,000 H_m	0,1 A	0,01	1,32	5,00	1000	0,96	0,0[illegible]
			$x' = 1{,}000\ H_m$	$H = 0{,}618\ H$		0,1 A	0,02	1,87	5,00	500	0,96	0,5[illegible]
						0,2 A	0,03	1,92	5,00	333	0,92	0,6[illegible]
Troisième cas. Sas triples, $A' = A'' = A$.	0,414 A	1,414 H_m	$x'' = 0{,}707\ H_m$	$H'' = 0{,}293\ H$	0,707 H_m	0,1 A	0,02	1,25	8,00	1200	0,96	0,2[illegible]
			$x' = 0{,}707\ H_m$	$H = 0{,}414\ H$		0,2 A	0,02	1,05	8,00	1200	0,93	0,2[illegible]
				$H' = 0{,}293\ H$		0,2 A	0,03	1,28	8,00	800	0,93	0,47
Quatrième cas. Sas triple avec gare, $A' = A'' = \frac{1}{3} A$.	0,646 A′	1,216 H_m	$x'' = 0{,}608\ H_m$	$H'' = 0{,}392\ H$	0,608 H_m	0,1 A′	0,02	1,58	8,00	1200	0,97	0,20
			$x' = 0{,}608\ H_m$	$H = 0{,}215\ H$		0,2 A′	0,02	1,33	8,00	1200	0,95	0,20
				$H' = 0{,}392\ H$		0,2 A′	0,03	1,63	8,00	800	0,95	0,47
Cinquième cas. Sas triple à bassin accessoire, $A' = A'' = A''' = A$	0,732 A	1,098 H_m	$x'' = 0{,}366\ H_m$	$H'' = 0{,}268\ H$	0,366 H_m	0,1 A	0,02	1,59	10,00	950	0,97	0,3[illegible]
			$x = 0{,}366\ H_m$	$H = 0{,}464\ H$		0,2 A	0,02	1,34	10,00	950	0,94	0,3[illegible]
			$x' = 0{,}366\ H_m$	$H' = 0{,}268\ H$		0,2 A	0,03	1,64	10,00	634	0,94	0,58
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

» **106.** Si l'on se rappelle que B représente l'aire des sections extérieures horizontales du caisson ou flotteur; A celles du sas principal avec lequel le puits de ce flotteur communique souterrainement; A′, A″ celles des sas ou biefs inférieur et supérieur; A‴ celle du bassin accessoire ou d'épargne; H_m la hauteur maximum de la chute totale; H sa valeur à une époque quelconque; enfin, H′, H et H″ les chutes partielles relatives aux sas ou biefs respectifs A′, A et A″; si l'on se rappelle, disons-nous, ces conventions, on n'éprouvera aucune difficulté à saisir le but et la signification des diverses colonnes qui entrent dans ce tableau.

» Les colonnes 6, 11 et 12 réclament seules quelques explications, afin d'éviter qu'on ne donne une fausse interprétation aux nombres qui s'y trouvent inscrits. Ces nombres se rapportent, d'une part, à la perte de temps stric-

tement nécessaire pour emplir et pour vider les écluses ou les compartiments du caisson; d'une autre, à la consommation d'eau relative à une éclusée complète, à une manœuvre simple ou multiple du caisson, en un mot, à la perte d'eau indispensable pour rétablir les choses dans l'état primitif, et faire franchir la chute entière à des bateaux isolés ou se succédant à des intervalles et dans des circonstances qui ne permettent pas de profiter du bénéfice de la première manœuvre ou éclusée.

» Les colonnes 11 et 12, en particulier, sont fondées sur l'hypothèse que, dans le système ordinaire, la consommation d'eau se réduise à une éclusée équivalente à celle de la chute pour le sas simple, à une demi-éclusée représentée par la moitié de la chute totale, pour les sas doubles, enfin à un tiers d'éclusée représentée par la chute totale pour les sas triples : dans ces trois cas, la durée entière du passage des bateaux est supposée proportionnelle au nombre des écluses à franchir.

» **107.** Les nombres des colonnes 11 et 12 n'offrent d'ailleurs que des à peu près; ils peuvent varier avec le dispositif des écluses et de la manœuvre. Les avantages représentés par ces nombres, dans le cas des sas doubles ou triples, se fussent notablement accrus si l'on avait pris pour base des calculs, l'hypothèse où un convoi de bateaux montants ou descendants, se présenterait pour franchir consécutivement les écluses; car la consommation d'eau relative à chaque système d'opération, deviendrait profitable à la fois à deux bateaux; ce qui n'a nullement lieu pour le système ordinaire. L'avantage est plus prononcé encore dans le cas des sas triples, et surtout lorsque le sas ou bief intermédiaire peut servir de gare aux bateaux qui s'y croisent en venant respectivement d'aval et d'amont.

» Ces qualités précieuses du système qui nous occupe enlèvent aux sas accolés ordinaires, leurs principaux inconvénients, ceux qui les ont fait souvent proscrire, malgré les facilités qu'ils offrent pour franchir les cols aux points de partage des canaux; pour faire éviter, dans beaucoup de cas, les percées souterraines de montagnes, et aussi, disons-le, pour rejeter sur un point unique ou sur quelques points très-écartés les uns des autres, les entraves, les retards si multipliés, et partant si onéreux, du système de navigation à petites chutes et à écluses simples. Car il en est des canaux comme des chemins de fer eux-mêmes, où l'on commence à reconnaître, où l'on ne tardera sans doute pas à constater par l'expérience, les avantages inhérents au franchissement direct des chutes.

» **108.** La plus faible source, le plus faible étang, placés au-dessus d'un

col de montagne, suffiront pour alimenter une écluse à sas multiples et à flotteur, dans les parties élevées du parcours des canaux. Dans les parties basses ou de plaine, au contraire, où le manque d'eau ne se fait point sentir au même degré, et où le passage des écluses qui constituent autant de relais, de temps d'arrêt pour les bateaux, se reproduisent malheureusement à de trop courtes distances, on mettra à profit les plus fortes chutes pour les convertir en force motrice ou industrielle. Enfin, comme on l'a également indiqué dans le texte du Rapport, grâce à l'application que l'appareil à flotteur de M. Girard pourra recevoir, soit dans l'étendue entière, soit seulement dans certaines parties essentielles des canaux, on utilisera, pour l'industrie agricole, une portion des masses d'eau qui se perdent aujourd'hui, sans bénéfice d'aucune espèce, et dont le mauvais emploi est la principale cause de ruine des écluses existantes.

» Ces motifs, également graves, permettent d'espérer que l'attention sérieuse du Gouvernement et des administrations particulières, une fois appelée sur ces différents points, on ne tardera pas à faire jouir les canaux de navigation de tous les avantages que semble leur promettre le nouveau système d'écluse (*). »

M. **Arago** présente, au nom du Bureau, le XIXe volume des *Mémoires de l'Académie des Sciences*.

M. **d'Omalius d'Halloy** fait hommage à l'Académie d'un opuscule sur les *caractères physiques de quelques anciens peuples de l'Europe occidentale*.

RAPPORTS.

MÉCANIQUE. — *Rapport sur un pantographe présenté à l'Académie par* M. **Pawlowicz**, élève autorisé à suivre les cours de l'École des Mines.

(Commissaires, MM. Laugier, Mauvais, Mathieu rapporteur.)

« La construction assez variée du pantographe dont on se sert pour obtenir mécaniquement la copie réduite ou augmentée d'un dessin quelconque, est fondée sur les propriétés des figures semblables. Le grand pantographe de M. Pawlowicz se compose de quatre règles ou barres qui forment un parallélogramme articulé à ses angles au moyen de quatre charnières, et d'une

(*) Voir l'*errata* de ce Mémoire. (*Compte rendu*, n° 14, séance du 7 avril 1845.)

cinquième barre qui peut glisser en restant parallèle à deux côtés du parallélogramme et qui a ses extrémités liées aux deux autres côtés par des charnières mobiles. Le centre fixe autour duquel l'instrument pivote est à un angle; le traçoir avec lequel on suit le dessin est à l'angle opposé; le crayon qui reproduit le dessin est placé intérieurement sur la barre transversale de manière à se trouver sur la diagonale qui joint le traçoir et le centre de rotation. Dans les diverses transformations du parallélogramme pendant son mouvement sur une table horizontale, le centre, le crayon et le traçoir sont toujours en ligne droite, et de plus les distances variables du centre et au traçoir et au crayon conservent le même rapport : car ces distances représentent des côtés de deux triangles semblables qui ont leurs deux autres côtés constants. Le crayon étant plus près du centre que le traçoir, la copie est plus petite que le dessin; elle serait plus grande si le traçoir était sur la barre transversale entre le centre et le crayon. Au moyen de deux barres intérieures portant chacune un crayon, on peut obtenir à la fois deux réductions différentes du même dessin.

» M. Pawlowicz a présenté un second pantographe plus petit, plus portatif, moins dispendieux que le précédent. Deux côtés adjacents d'un losange articulé se prolongent au delà de leur jonction avec les deux autres côtés d'une quantité égale à leur longueur. On place en ligne droite le centre et le traçoir sur ces deux prolongements, et le crayon sur une branche intérieure du losange. Dans les changements de ce système, on trouve toujours deux triangles semblables avec deux côtés constants. Les deux autres côtés dirigés sur la même droite sont précisément les distances du centre au traçoir et au crayon; ces distances varient donc toujours dans la même proportion.

» La composition de ces deux pantographes repose sur les principes qui servent de base à tous les instruments de même genre employés jusqu'à présent. M. Pawlowicz déclare lui-même qu'il n'a rien innové à cet égard. Il s'est seulement proposé de construire ses pantographes, de manière que les mouvements se transmettent avec facilité et précision dans toutes les parties de l'instrument, quand on suit les contours d'un dessin avec le traçoir.

» Dans les pantographes ordinaires, les barres sont superposées les unes aux autres à l'endroit des charnières. M. Pawlowicz pense que lorsqu'une barre agit transversalement par son extrémité sur une barre placée au-dessus ou au-dessous, celle-ci tend à se renverser, qu'elle éprouve une légère torsion qui peut nuire à la transmission du mouvement et altérer la reproduction du dessin. Pour remédier à cet inconvénient, il a imaginé de placer

dans le même plan les barres du pantographe. Il pense qu'alors une barre, prise de champ et pressée dans son plan par une barre transversale, n'éprouve ni flexion ni torsion sensible. Nous croyons, en effet, que cette heureuse disposition des barres doit beaucoup contribuer à la précision des dessins. Nous avons vu deux réductions gravées de la carte de France, l'une de 1 décimètre carré, l'autre quatre fois plus petite encore. Elles avaient été tracées simultanément avec le grand pantographe sur des planches de cuivre préparées pour recevoir l'eau-forte. Les détails sont reproduits avec une grande fidélité, malgré les petites dimensions de ces cartes.

» Nous ne nous arrêterons pas à l'examen des parties accessoires des pantographes de M. Pawlowicz, qui ont été exécutés avec soin dans les ateliers de M. Lerebours. Ce sont des détails qui se trouvent dans presque tous les instruments de ce genre et qui sont reproduits avec quelques améliorations.

Conclusion.

» En disposant les barres du pantographe sur un même plan, M. Pawlowicz nous paraît avoir introduit un véritable perfectionnement dans la construction d'un instrument fort utile. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la place vacante dans la Section de Botanique.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant de 47,

M. Lestiboudois obtient.	30 suffrages,
M. Moquin-Tandon . . .	13
M. A. de Candolle	2
M. Fée.	2

M. Lestiboudois, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé Correspondant de l'Académie.

L'Académie procède ensuite, également par la voie du scrutin, à la nomination d'une *Commission* qui sera chargée de l'examen des pièces adressées au concours pour le *prix extraordinaire concernant l'application de la vapeur à la navigation.*

MM. Dupin, Arago, Poncelet, Duperrey, Piobert réunissent la majorité des suffrages.

MÉMOIRES LUS.

CHIMIE. — *De l'empoisonnement par le mercure; par* MM. **Danger** *et* **Flandin**. (Extrait.)

(Commission précédemment nommée.)

« L'accueil favorable que l'Académie a bien voulu faire à nos premières recherches sur les poisons métalliques nous a mis dans l'obligation de les poursuivre et, autant qu'il dépendra de nous, de les compléter. Déjà, dans plusieurs Mémoires, nous avons traité successivement de l'empoisonnement par l'arsenic, par l'antimoine, par le cuivre, par le plomb et, en général, par les métaux fixes. Pour clore la liste des poisons dits métalliques, il nous reste à parler du mercure : ce sera l'objet de la présente communication.

» Il est à peine nécessaire de le rappeler : dans la classe des métaux, le mercure est après, ou plutôt avec l'arsenic, l'élément toxique le plus dangereux qui puisse tomber en des mains criminelles. L'un de ses composés, le deutochlorure ou sublimé corrosif, a porté pendant un temps le nom de *poudre de succession*. C'était un des poisons de la Brinvilliers, et le principal parmi ceux que l'on trouva dans la fameuse cassette de Sainte-Croix dont s'empara le Gouvernement. En 1613, ce fut par ce poison que le comte et la comtesse de Sommerset firent périr sir Thomas Overbury, enfermé dans la tour de Londres. Les meurtriers essayèrent successivement sur la victime, l'eau-forte, l'arsenic, la poudre de diamant, la pierre caustique, de grandes araignées et les cantharides; le sublimé corrosif administré en lavement amena la mort en moins de vingt-quatre heures. Il y a lieu de croire que le sublimé corrosif a été connu des anciens, et préparé particulièrement par la femme trop célèbre qui avait fait association de crimes avec Néron, et qui distillait des poisons dans le palais impérial.....

» Dans l'étude toxicologique du mercure, le seul progrès dû à notre époque, c'est la découverte et l'emploi de la pile de Smithson. On sait quels sont les éléments de ce petit appareil : une lame d'étain recouverte par une lame d'or développée en spirale. L'étain constitue l'élément électro-négatif, et l'or, l'élément électro-positif. Plongée dans une dissolution contenant du mercure, cette pile en sépare l'élément métallique qui se porte sur l'or, et le blanchit : il suffit ultérieurement de volatiliser le métal dans un petit tube pour l'obtenir à l'état de globule liquide tout à fait caractéristique.

» Par l'examen comparatif des réactions propres à déceler le mercure

dans ses dissolutions, nous nous sommes assurés que l'action galvanique ou galvanoplastique était la plus sensible. Il nous a été permis, à l'aide de cette réaction, de constater l'existence du mercure dans une dissolution titrée au cent-millième. C'est la limite que nous nous sommes imposée dans nos recherches précédentes. Nous sommes heureux qu'il n'y ait point eu d'exception à faire à l'égard d'un métal qui non-seulement est un poison redoutable, mais qui, sous diverses formes, est un médicament précieux et très-fréquemment employé.

Ce n'est pas l'appareil galvanique tel que l'a imaginé Smithson qui nous a servi dans nos épreuves; nous n'en avons conservé que le principe. Pour les recherches toxicologiques, cet ingénieux instrument aurait eu des inconvénients que nous avons voulu éviter. Voici l'appareil que nous proposons de substituer à celui du chimiste anglais.

Un vase V sert de récipient au liquide d'épreuve : sur un support S d'un mécanisme particulier est adapté une sorte d'entonnoir E, terminé par un tube effilé F, dont l'aire est presque capillaire. Le tube d'ajutage forme avec le corps de l'entonnoir un angle de 90 degrés. Le vase V rempli du liquide suspect est renversé dans le petit entonnoir. Au moyen d'une articulation du support, on peut donner à l'appareil en place telle inclinaison que l'on juge convenable pour l'écoulement du liquide. Dans la partie évasée de l'entonnoir E est placé le conducteur électro-négatif d'une pile à un seul couple de Bunsen, et dans l'aire du tube capillaire F est introduit le conducteur électro-positif. L'un et l'autre fil, dans la partie du moins qui touche au liquide, doivent être en or pur. Les deux pôles seront rapprochés presque jusqu'au contact. Par suite de l'excès de pression sur l'ouverture capillaire du tube F, le liquide prend son écoulement goutte à goutte, et on le reçoit dans une capsule. Le vase V remplissant le rôle du vase de Mariotte ou d'une fontaine intermittente, la pression reste constante sur le liquide, et l'écoulement est régulier au point G. Cet écoulement peut être accéléré ou ralenti au gré de l'opérateur, par le degré d'inclinaison donné à l'appareil : il nous a paru que, dans les cas ordinaires, il devait être réglé de manière, qu'en tombant, chaque goutte du liquide marquât un intervalle de cinq secondes. La pile mise en activité, un dégagement de gaz plus ou moins abondant s'opère aux pôles, indice de l'intensité du courant, et le mercure de la dissolution se dépose sur le fil d'or électro-positif et le blanchit. Pour s'assurer que cette coloration est due au mercure, il ne reste qu'à volatiliser le métal dans un petit tube de réduction, au moyen de la lampe à émailleur.

Certains avec cet appareil de découvrir les plus faibles traces de mer-

cure que la chimie puisse reconnaître, il nous restait, pour atteindre le but que nous nous étions proposé, à trouver un procédé propre à séparer le mercure des matières organiques, à l'en isoler, autant que possible, sans perte. L'Académie a bien voulu donner son approbation au procédé de carbonisation par l'acide sulfurique que nous avons proposé, et ce procédé est généralement pratiqué aujourd'hui dans les expertises de médecine légale. Il nous fallait faire nos efforts pour l'appliquer à la recherche du mercure. Nous y sommes parvenus sans qu'il soit besoin, ainsi que nous l'avions craint d'abord, d'avoir recours à la distillation, c'est-à-dire à une opération d'une application assez difficile dans les épreuves quelquefois si décisives de la toxicologie.

» Voici le procédé, qu'à la suite de nombreux essais, nous avons fini par adopter : nous liquéfions, à la température de 100 degrés environ, les matières animales par le tiers ou la moitié de leur poids d'acide sulfurique monohydraté, selon la méthode ordinaire. Cette liquéfaction opérée, ce qui n'exige qu'une heure et demie à deux heures au plus, nous retirons la capsule du feu et lui laissons subir un certain degré de refroidissement. Alors, après avoir placé le vase au-dessous d'une cheminée d'un bon tirage, pour garantir l'opérateur contre le dégagement des gaz, nous versons par fragments, dans le liquide noir de la carbonisation, du chlorure de chaux saturé, en agitant le mélange avec une spatule de verre. Au fur et à mesure que la matière s'épaissit en blanchissant, on y ajoute de l'eau distillée qui favorise l'action du chlore, et l'on ne s'arrête dans cette manipulation que lorsqu'on a jugé à l'œil que le liquide à séparer par le filtre est presque incolore. La quantité de chlorure de chaux à employer sera toujours, à très-peu près, dans le rapport de la proportion d'acide sulfurique nécessaire à la parfaite liquéfaction des matières animales. Pour 100 grammes de foie, en raison de la bile et des graisses que contient cet organe, il faut quelquefois jusqu'à 50 grammes d'acide sulfurique et 50 grammes de chlorure de chaux; mais on est rarement obligé de dépasser cette proportion. La matière blanchie et amenée à l'aspect d'une terre calcaire, on l'humecte intimement à froid avec de l'alcool absolu pour être plus sûr d'atteindre le composé mercuriel, on l'étend d'eau distillée, et l'on filtre en lavant le précipité à diverses reprises. Si le liquide est trop abondant, on le concentre par évaporation, après quoi on le soumet, dans l'appareil décrit, à l'action d'un courant galvanique. Il nous a été démontré, par l'expérience, que le courant voltaïque favorisait la précipitation du mercure sur le fil d'or, et que, dans tous les cas au moins, elle avait l'avantage d'accélérer une opération

qui, sans le concours de cette action, exigerait peut-être beaucoup de temps pour s'accomplir.

» Le métal obtenu sur le conducteur électro-positif de la pile, il faut, pour enlever toute matière grasse, laver le fil d'or dans l'éther ou l'alcool bouillant, et le sécher avant de l'introduire dans le tube à réduction. Celui-ci devra être préparé et soufflé avec les précautions requises pour éviter l'humidité qui pourrait souiller le globule de mercure, quelquefois extrêmement petit, qu'il s'agit de rendre sensible aux yeux.

» Ce procédé a déjà subi les épreuves propres à nous faire juger de sa valeur dans les cas d'empoisonnement. Il ne nous a fallu que 100 grammes de foie d'un animal empoisonné par le sublimé, pour en retirer du mercure en quantité appréciable. Désormais donc, il ne sera pas plus difficile de suivre les traces d'un crime commis avec la poudre de succession ou le sublimé corrosif, que celles d'un empoisonnement par l'acide arsénieux ou tout autre composé métallique. C'était le résultat que nous étions pressés d'annoncer à l'Académie. Dans un prochain Mémoire nous reprendrons devant elle les questions qui se rapportent à l'étude du mercure considéré comme médicament. »

PHYSIOLOGIE. — *De la digestion et de l'assimilation des matières sucrées et amiloïdes; par* M. **Mialhe**. (Extrait.)

(Commissaires, MM. Chevreul, Dumas, Payen.)

« Dans le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie des Sciences, je continue l'exposition de mes recherches sur la digestion et l'assimilation des substances sucrées et amiloïdes en présence des alcalis contenus dans les liquides animaux; mais avant qu'il me soit permis de réclamer la priorité de mes opinions et de mes expériences, priorité qui, n'ayant été soumise à aucune réclamation au moment où j'ai présenté mon Mémoire sur le diabète à l'Académie des Sciences (15 avril 1844), et m'ayant été acquise par neuf mois d'existence, vient tout dernièrement (3 février 1845) de m'être contestée par MM. Bouchardat et Sandras. C'est dans ce but que dans la première partie de mon travail je donne les preuves :

» 1°. Que mes idées, mes recherches, mes théories sur l'action des alcalis sur les matières sucrées et amiloïdes, envisagés au point de vue de leur assimilation ou de leur décomposition dans l'économie animale, datent du 15 avril 1844; sont antérieures de neuf mois aux mêmes idées sur le même sujet émises par MM. Bouchardat et Sandras le 20 janvier 1845;

» 2°. Que ces idées, ces recherches m'appartiennent en propre, et n'ont rien de commun avec le Mémoire de M. Chevreul, Mémoire que l'on prétendait contenir des résultats semblables aux miens;

» 3°. Que dans leurs premiers travaux, en 1841, 1842 et 1843, MM. Bouchardat et Sandras sont arrivés à des conclusions diamétralement opposées aux théories émises par moi en 1844; mais que dans leur Mémoire du 20 janvier 1845, ils se mettent complétement en contradiction avec leurs premiers travaux pour annoncer des idées et des résultats identiques à ceux que j'ai publiés neuf mois auparavant, sans qu'ils aient cru devoir citer mon nom ou rappeler mes recherches, fait qui a déterminé ma réclamation.

» Dans la seconde partie de mon Mémoire, j'expose les nouvelles recherches qui, confirmant mes premiers travaux, m'ont conduit à des résultats importants dont je vais lire le résumé succinct.

» La base essentielle de l'alimentation des animaux est constituée par trois groupes de corps bien distincts : les matières albumineuses, les matières grasses, les matières saccharoïdes.

» Mais ces substances alimentaires ne sont pas toutes immédiatement assimilables; pour qu'elles le deviennent, elles doivent séjourner un temps plus ou moins long dans les cavités gastrique et intestinale, et y éprouver, par l'intervention des liquides qu'ils y trouvent, une sorte de fluidification ou de fermentation, acte chimico-physiologique auquel on a donné le nom de *digestion*.

» Si l'on recherche quel est aujourd'hui l'état de la science, on se convaincra facilement que, malgré les beaux travaux des Réaumur, Spallanzani, Leuret et Lassaigne, Tiedemann et Gmelin, Eberle, Schwann, Deschamps, etc., l'étude chimico-physiologique des trois groupes de substances alimentaires est loin d'être également avancée.

» En effet, il est généralement admis :

» 1°. Que les substances albuminoïdes ne sont assimilables qu'à l'aide du suc gastrique qui, par son acide, gonfle ces matières azotées, et, par sa *pepsine*, véritable ferment, en opère la liquéfaction, phénomène analogue à celui de la diastase sur l'amidon;

» 2°. Que les substances grasses deviennent assimilables par l'intervention de la bile.

» Mais pour les matières féculentes et sucrées, il n'existe encore rien de positif, c'est à peine si l'on rencontre quelques faits épars, quelques hypothèses sans fondement qui pourraient éclairer la question; c'est cette lacune que j'ai cherché à combler, et dans mes travaux j'ai été plus heureux que je

n'aurais osé l'espérer; car, par la découverte du *principe actif de la salive*, principe parfaitement semblable à la diastase, et pouvant l'isoler comme elle, je donne l'explication incontestable du phénomène de la transformation des substances amylacées celluleuses en matières saccharoïdes.

» Or, les faits nouveaux que je présente dans ce Mémoire tendent à démontrer que toutes les substances hydrocarbonées de la famille des matières lignoïdes ne peuvent éprouver le phénomène de l'assimilation qu'autant qu'elles sont décomposables par les dissolutions alcalines faibles contenues dans les humeurs vitales, soit immédiatement, tels que le glucose, la dextrine et le sucre de lait, soit médiatement, tels que le sucre de canne et l'amidon qui doivent d'abord être transformés dans l'économie animale, le sucre de canne en glucose, et l'amidon en dextrine ou glucose; tandis que les matières hydrocarbonées, qui ne sont ni fermentescibles ni décomposables par les acides faibles ou les alcalis étendus, tels que le ligneux et la mannite, échappent, chez l'homme, à l'action digestive et assimilatrice.

» J'ai donc cherché quels phénomènes chimiques pouvaient être cause de la transformation de l'amidon en dextrine et glucose, et je me suis convaincu, par une foule d'expériences consignées dans mon Mémoire, que cette transformation était uniquement effectuée par la salive, et je suis arrivé ainsi à la découverte d'un principe actif analogue à la diastase par ses propriétés physiques et chimiques que je vais faire connaître.

» Le principe actif de la salive est solide, blanc ou blanc-grisâtre, amorphe, insoluble dans l'alcool, soluble dans l'eau et l'alcool faible.

» Sa solution aqueuse est insipide, ou du moins sans saveur marquée, et neutre aux papiers réactifs; elle n'est point précipitée par le sous-acétate de plomb : abandonnée à elle-même, elle s'altère promptement et devient acide, soit qu'elle ait ou non le contact de l'air. L'acide qui prend alors naissance est l'acide butyrique, ou un acide qui lui est fort semblable.

» Ce principe est sans action sur les substances azotées, fibrine, albumine, caséine, gélatine et gluten, et sur les matières ternaires neutres, sucre de canne, inuline, gomme arabique et *ligneux;* il en exerce, au contraire, une très-extraordinaire sur l'amidon, ainsi que les expériences suivantes le prouvent.

Action du principe actif de la salive sur l'amidon.

» De même que la salive, il agit différemment sur la fécule anhydre et sur la fécule hydratée.

» Avec la fécule crue, il ne donne lieu à une certaine quantité de dextrine

et de sucre d'amidon ou glucose que par une digestion de plusieurs jours; mais on facilite beaucoup la réaction en élevant la température.

» Lorsqu'on chauffe au bain-marie jusqu'à 70 à 80 degrés un mélange de ce principe actif de la salive et de fécule délayée à froid dans six à huit fois son poids d'eau, on remarque que ce mélange n'acquiert pas un seul instant la consistance de l'empois, chaque grain de fécule étant rendu soluble au fur et à mesure qu'il s'hydrate. Au bout d'un certain temps la solution n'est plus colorée par l'iode; et, au contraire, la potasse caustique, chauffée avec elle, donne lieu à une coloration brune intense, indices certains de la transformation de l'amidon en dextrine et en glucose, fait dont on s'assure également en filtrant la liqueur et en la traitant par six à huit fois son poids d'alcool absolu; celui-ci se charge de tout le glucose, et laisse précipiter la dextrine.

» Toutes les circonstances qui rendent moindre la cohésion de la fécule facilitent l'action du principe salivaire sur cette substance. L'amidon broyé est promptement modifié par lui; mais l'amidon gonflé par l'eau à l'état d'empois se transforme bien plus rapidement. La liquéfaction est presque immédiate si l'on élève la température à 70 ou 75 degrés, et si l'on a soin de multiplier les points de contact par l'agitation. Cette propriété du principe salivaire doit être rapportée à la classe, peu nombreuse encore, des réactions chimiques qui s'opèrent à l'aide des infiniment petits. L'énergie de ce principe est telle, que 1 partie en poids suffit pour liquéfier et convertir en dextrine et en sucre plus de 2000 parties de fécule.

» Les transformations moléculaires que je viens de signaler, quelque merveilleuses qu'elles puissent paraître, ne sont pourtant pas sans analogues dans la science; il existe précisément un corps qui exerce sur l'amidon un pouvoir spécifique absolument semblable à celui du ferment salivaire, et ce corps est la diastase, ou principe actif de l'orge germé découvert par MM. Payen et Persoz. Cette remarque m'a donc conduit à rechercher si le principe nouveau que j'ai extrait de la salive de l'homme était un corps analogue à la diastase, ou s'il n'était pas lui-même la diastase, malgré son origine différente. Voici le résumé d'une longue suite de recherches exécutées dans le but de résoudre ce problème.

» La diastase est un principe azoté; il en est de même du principe de la salive.

» A une température de 100 degrés, le tanin, la créosote annihilent l'action spécifique de la diastase sur la fécule. Ces agents agissent de la même manière sur le ferment salivaire.

» Tous les acides un peu puissants, toutes les bases solubles, employés en proportion suffisante, un grand nombre de sels métalliques coagulants, tels

que ceux de cuivre, de mercure d'argent, etc., anéantissent les propriétés du principe actif de la salive, et se comportent de même avec la diastase, ainsi que je m'en suis convaincu par une multitude d'expériences.

» L'acide cyanhydrique, l'alcool faible, n'empêchent pas le ferment salivaire d'exercer son pouvoir fluidifiant sur l'amidon, et ne neutralisent pas non plus le principe actif de l'orge germé.

» Tous ces faits militent beaucoup en faveur de l'identité de ces deux principes, mais ils ne suffisent pas pour résoudre la question. Toutefois, voici encore quelques expériences qui parlent hautement en faveur de cette opinion :

» 1°. Lorsqu'on soumet à l'action de la chaleur d'un bain-marie, d'une part, un mélange de diastase et d'amidon délayé dans l'eau, d'autre part, un mélange de ferment salivaire, d'amidon et d'eau dans les mêmes proportions respectives, on remarque que la fluidification de l'amidon a lieu dans les deux cas au même moment, c'est-à-dire entre 70 et 75 degrés. En soumettant les mélanges à la filtration, on constate de plus que les particules amilaires indécomposées qui restent sur le filtre donnent lieu, avec l'iode, à une coloration rouge, violacée, absolument pareille dans les deux expériences; que la liqueur filtrée n'est plus influencée par les solutions iodées, et qu'elle prend une coloration brune, identique dans les deux cas, par l'addition d'une solution alcaline bouillante.

» 2°. Lorsqu'on fait réagir un pareil poids de ferment salivaire et de diastase sur un excès d'amidon hydraté et que l'on filtre ensuite, on s'assure par l'action de la potasse que la proportion d'amidon transformée est la même dans les deux cas.

» 3°. Quand on dissout un poids égal de ces deux principes fluidificateurs dans une même proportion d'eau, et quand on ajoute ensuite dans les deux expériences de l'iodure d'amidon, en ayant soin de n'en ajouter de nouveau que lorsque la coloration de l'iodure a été détruite par suite de l'action du principe actif sur l'amidon, on constate que la proportion d'iodure employée est sensiblement la même dans les deux cas.

» J'ajouterai cependant que le principe actif de l'orge germé est très-rarement aussi actif que celui de la salive : ce qui tient, je crois, à la différence de pureté, celui de l'orge étant presque constamment souillé par un peu de dextrine, laquelle ne peut lui être enlevée que par des purifications réitérées, purifications souvent plus nuisibles qu'avantageuses par suite de la grande altérabilité de ce principe.

» Tous les faits, toutes les remarques qui précèdent, me semblent suffisants

pour admettre l'identité chimique du principe actif de la salive et celui de l'orge germé. Toutefois, je préfère laisser encore la question pendante, espérant en donner la solution dans un prochain travail, dans lequel j'étudierai la salive d'une manière générale chez un grand nombre d'animaux appartenant à diverses classes. Je propose, en attendant, de désigner le principe actif de la salive de l'homme sous le nom de *diastase animale* ou *salivaire*, par opposition au principe actif des céréales que je propose de nommer *diastase végétale* ou *amilaire*.

Préparation de la diastase animale ou salivaire.

» Pour obtenir ce principe remarquable, on n'a qu'à filtrer la salive humaine, puis la traiter par cinq à six fois son poids d'alcool absolu; on ajoute de l'alcool jusqu'à cessation de précipité; la diastase animale y étant insoluble, se dépose en flocons blancs, d'abord peu sensibles, mais qui croissent peu après en gagnant le fond du vase où s'effectue la précipitation. On la recueille sur un filtre, on l'enlève toute humide, on la dessèche en couches minces sur une lame de verre par un courant d'air chaud à la température de 40 à 50 degrés, et on la conserve dans un flacon bien bouché.

» La proportion de diastase animale existant dans la salive de l'homme excède rarement 2 millièmes, et c'est justement la proportion de diastase qui existe dans l'orge germé.

» Rien n'est plus simple que cette préparation, et pourtant ce n'est pas sans quelques difficultés que je suis arrivé à ce résultat : ce qui tient à la prompte et facile altération de ce principe, tant qu'il est humide; quand il est desséché, je ne saurais dire encore s'il peut se conserver longtemps, mais tout me porte à croire qu'il en est de lui comme du principe actif des céréales, car j'ai constaté que la diastase salivaire conserve toute son énergie après plus d'un mois de préparation.

» Les faits et remarques qui précèdent permettent donc de conclure que M. Dumas a reconnu le véritable caractère des phénomènes chimiques de la digestion en les rangeant au nombre des fermentations, puisque l'absorption des matières azotées s'opère au moyen d'un ferment, qui est la pepsine, que l'absorption des matières grasses doit très-probablement avoir lieu à l'aide de quelque ferment inhérent à la bile, et que la transformation des matières amylacées est effectuée par le principe actif de la salive, véritable diastase, ainsi que je viens de le démontrer. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIMIE. — *Réclamation de* M. BAUDRIMONT *relative à un passage du Mémoire lu par* M. A. Laurent *dans la précédente séance.*

« C'est avec un vif regret que je me vois dans la nécessité de faire une réclamation relative à une Note faisant partie du Mémoire lu par M. A. Laurent dans la dernière séance de l'Académie et insérée dans le *Compte rendu* de cette séance, t. XX, p. 851.

» M. A. Laurent dit « *que les éléments des atomes, en se réunissant dans* » *telle ou telle proportion, donnent naissance à divers atomes ou équiva-* » *lents doués de propriétés différentes....* » Et, plus bas, il ajoute : « Cette » Note ne soulèvera pas, je l'espère, de réclamation ; il y a longtemps que » M. Ampère a admis la divisibilité des atomes; mais personne, que je » sache, n'en a tiré la conclusion que j'ai soulignée. »

» Je regrette beaucoup que M. A. Laurent n'ait pas accordé au premier volume de mon *Traité de Chimie générale et expérimentale* que je lui ai offert et remis de la main à la main, l'attention que je crois devoir apporter à l'étude de ses travaux; il aurait pu y lire, p. 125, la même chose, dite de la manière la plus positive et avec des détails que ne comporte pas sa Note. Que l'on consulte l'article *Équivalent,* page 143, on y retrouvera la même opinion; que l'on voie enfin les observations sur l'équivalent du bismuth, page 710, et l'on verra partout que j'ai considéré cette opinion comme étant suffisamment démontrée. J'ajouterai encore que la partie minérale du second volume, qui est actuellement imprimée, contient les formules des bases isodynamiques de l'alumine, exprimées selon cette nouvelle opinion et comparées aux formules ordinaires.

» Cette opinion, que je réclame comme m'appartenant, n'a point été émise immédiatement après avoir été conçue ; elle a été l'objet d'un grand nombre de recherches de toute nature, dont les premières datent de douze ans environ. En 1836, j'ai adressé à l'Académie une Note sur l'état moléculaire des éléments chimiques; en 1840, je lui ai soumis un Mémoire sur le même objet, Mémoire dont je joins un exemplaire imprimé à cette Lettre.

» Je dois ajouter aussi que M. Avogadro, avant Ampère, avait publié ses opinions sur la divisibilité des prétendus atomes chimiques (*Journal de Physique,* 1811). On pourra voir les Mémoires qu'il a publiés depuis cette époque (*Annales de Chimie et de Physique,* t. LV, p. 80, et t. LVII,

p. 113). On pourra encore consulter, à cet égard, une Lettre de M. Graham adressée à M. Dumas, mêmes Annales, 3e série, t. IV, p. 177.

» Je terminerai cette Lettre en disant que je pense avoir donné des preuves irrécusables que j'ai fait tous mes efforts pour coopérer à démontrer que les prétendus atomes chimiques sont divisibles, et que j'ai établi pour mon compte personnel que le rôle dynamique de ces prétendus atomes changeait selon le nombre et la position relative de leurs éléments constitutifs. »

Cette réclamation est renvoyée, comme la Note de M. Laurent, à l'examen d'une Commission composée de MM. Chevreul, Berthier et Dumas.

TOXICOLOGIE. — *Note sur les effets de la volatilisation du zinc dans les fonderies de cuivre, sur les personnes qui y sont soumises, soit dans ces établissements eux-mêmes, soit dans leur voisinage; par* M. le docteur **A. Becquerel.**

(Commission nommée pour un Mémoire de M. Blandet sur le même sujet.)

« M. le docteur Blandet a présenté, il y a quelques séances, deux Mémoires à l'Académie des Sciences : le premier concernant la colique de cuivre; le second, renfermant un fait tout à fait nouveau et très-remarquable, relatif aux effets que peut développer le zinc volatilisé par suite de son mélange avec du cuivre en fusion.

» Plusieurs journaux ayant rendu compte de ces Mémoires, l'annonce de l'action pernicieuse du zinc attira l'attention de beaucoup d'intéressés, soit parce qu'ils séjournaient ou travaillaient dans les fonderies de cuivre, soit parce qu'ils habitaient dans le voisinage.

» Un fait bien remarquable, et bien propre surtout à faire connaître les phénomènes morbides que peut déterminer, chez l'homme, le zinc volatilisé, étant venu à ma connaissance, j'ai regardé comme un devoir de le recueillir avec soin, et comme il intéresse à un haut degré la santé de beaucoup de personnes, à Paris surtout, je l'ai soumis à l'examen de l'Académie. Le voici :

» Dans un quartier populeux et central de Paris, M. ***, cordonnier, habite une boutique assez vaste avec sa femme et deux ouvrières. Cette boutique est contiguë à une fonderie de cuivre dans laquelle on emploie du zinc; cette fonderie a $5^m,50$ de long sur 5 mètres de large, et dans un espace aussi rétréci, est réuni un matériel assez considérable : le moulage, l'étuve, le fourneau et le moulin. Il s'y trouve de plus huit ouvriers qui, à chaque fonte, sont obligés de sortir de l'atelier presque à tout instant, pour ne pas

être asphyxiés par les émanations qui s'en échappent, et qui n'ont d'autre issue que les ouvertures situées sur la voie publique, et les fentes de la cloison légère qui la séparent de la boutique de M. ***.

» La fonte a lieu les mercredi et samedi de chaque semaine, d'heure en heure, dans des creusets qui peuvent contenir de 20 à 30 kilogr.; il va sans dire qu'une certaine quantité de zinc est mélangée au cuivre.

» Les jours de fonte, la boutique de M. *** est fréquemment remplie d'une vapeur blanchâtre, qui pénètre par les fentes qui la séparent de la fonderie.

» Voici maintenant les effets déterminés chez les habitants de la boutique, c'est-à-dire M. ***, sa femme et les deux ouvrières.

» Mme *** est la plus malade, les accidents qu'elle éprouve sont de deux sortes : les uns n'ont lieu que les jours de fonte; les autres sont continus et sans interruption.

» Chaque jour de fonte, Mme *** éprouve, vers le soir, un frisson violent qui peut durer de trois quarts d'heure à une heure, et qui s'accompagne d'un violent mal de tête, qui semble serrer les deux tempes comme dans un étau. Bientôt au frisson succède une chaleur vive, une fièvre violente accompagnée d'un sentiment d'accablement, de courbature, de douleurs dans les membres.

» Enfin, dans la nuit survient une sueur abondante qui semble être la crise; il ne reste plus le lendemain que de la courbature.

» Les accidents continus sont les suivants : Mme ***, encore jeune (29 ans), voit sa santé s'affaiblir depuis un an qu'elle habite dans cette boutique. Elle pâlit, elle maigrit, son teint est plus jaune, elle est presque constamment fatiguée, marche difficilement et souvent traîne les jambes avec peine. Aucun désordre local, aucune lésion ne peut rendre compte de cet état général, et il présente trop de rapports avec les accidents qui se développent deux fois par semaine, les jours de fonte, pour qu'on ne doive pas les attribuer à la même cause.

» M. ***, plus fort que sa femme, éprouve, le soir de chaque fonte, une céphalalgie de même nature, c'est-à-dire occupant les deux tempes, et qui se termine le lendemain par un saignement de nez; quelquefois elle s'accompagne de vomissements. Sa santé générale s'altère; il maigrit un peu et perd ses forces.

» Les deux ouvrières qui sont depuis moins longtemps dans la maison, éprouvent, chaque jour de fonte, un violent mal de tête tout à fait analogue à celui ressenti par leurs maîtres, et à la suite une courbature plus ou moins vive.

» Tels sont les accidents qu'on peut attribuer à l'action du zinc ; nous ne pensons pas, avec M. Blandet, qu'ils soient dus au métal lui-même, mais à son oxyde. Il est incontestable, en effet, que du zinc, porté à une température aussi élevée et en contact avec l'oxygène de l'air, doit l'absorber et se transformer en oxyde ; cela est d'autant plus probable, qu'il est permis de faire un rapprochement curieux. L'oxyde de zinc est employé en médecine, comme un antispasmodique ; or, dans les accidents dont nous venons de faire l'histoire, dans cette courbature violente qui est un des principaux caractères de cette maladie, il y a là un état général qui est manifestement dû à un agent qui exerce une action sédative puissante sur le système nerveux.

» Nous croyons devoir appeler l'attention de l'Académie sur la question des effets toxiques de la volatilisation du zinc dans les fonderies de cuivre où le premier de ces métaux est employé.

» C'est un fait tout nouveau, qui peut donner naissance à des contestations, et qui, en raison même de l'ignorance où l'on était à son égard, peut être nié par l'autorité. On laisserait ainsi subsister, sans prendre des précautions, des établissements nuisibles à la santé publique.

» Le jugement des Commissaires nommés par l'Académie pour examiner le Mémoire de M. Blandet est d'autant plus urgent, qu'il pourra éclairer la question scientifique dans les contestations qui pourraient s'élever (1). »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les logarithmes de divers ordres, et particulièrement sur ceux des nombres négatifs; par* M. **Finck**.

(Commissaires, MM. Cauchy, Libri, Binet.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Puissance des gaz comprimés, comme véhicules pour les transports rapides; par* M. **Blondat**, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.

(Commissaires, MM. Arago, Pouillet, Regnault.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Supplément à son Mémoire sur un propulseur à aubes courbes destiné aux bâtiments à vapeur; par* M. **Boulmier**.

(Commission précédemment nommée.)

---

(1) Nous sommes autorisés à publier, si cette demande nous était adressée par les Commissaires de l'Académie, les noms et adresse des personnes dont nous avons tracé l'histoire. (Note de M. *Becquerel*.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Addition à une Note précédemment envoyée sur un moyen d'élever l'eau à l'aide d'un chapelet en liége; par* M. **Pelissier**.

(Commission précédemment nommée.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur une modification proposée pour les machines à vapeur; par* M. **Dieudonné**.

(Commission des machines à vapeur.)

CHIMIE. — *Note sur un papier de sûreté; par* M. **Dieudonné**.

(Commission des papiers de sûreté.)

M. **Deleau** adresse, pour le concours aux prix de Médecine et de Chirurgie, un Mémoire ayant pour titre : *De la pulvérisation et de l'extraction des calculs de la vessie*.

(Commission des Prix de Médecine et de Chirurgie.)

M. **Berrens** adresse des considérations générales sur une mesure ayant pour objet de rendre l'*École Polytechnique* plus propre à remplir une des vues principales de ses fondateurs. L'auteur voudrait que cet établissement contribuât plus efficacement à l'avancement des sciences mathématiques, physiques et mécaniques.

(Commissaires, MM. Arago, Poinsot, Poncelet, Berthier, Becquerel.)

M. **Laignel** demande qu'un frein à pression verticale de son invention, qui est depuis plusieurs années employé sur divers chemins de fer de la Belgique et de la Prusse, soit admis à concourir pour le prix concernant les moyens de rendre un art ou une profession moins dangereux.

(Commission des Arts insalubres.)

M. **Bonnet**, en présentant pour le concours aux prix de Médecine et de Chirurgie un ouvrage sur les *maladies des articulations*, adresse un résumé des parties de son livre qu'il considère comme neuves.

(Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

L'Académie reçoit deux Mémoires sur la *chaleur développée dans la combustion*, Mémoires adressés pour le concours au grand prix des Sciences physiques de l'année 1845.

(Commission du prix des Sciences physiques.)

CORRESPONDANCE.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Observations sur l'appareil de la circulation chez les Mollusques de la classe des Brachiopodes.* (Extrait d'une Lettre adressée à M. *Milne Edwards*, par M. **R. Owen**, correspondant de l'Académie.)

« En continuant les recherches sur l'anatomie des Brachiopodes dont j'ai entretenu la Société zoologique en 1833, j'ai constaté, dans la partie centrale de l'appareil circulatoire de ces animaux, un mode d'organisation qui, au premier abord, me semblait être une anomalie remarquable; mais depuis que j'ai lu, dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie*, votre important travail sur l'état diffus du système veineux dans les autres classes de l'embranchement des Mollusques, je vois que cette exception apparente rentre, au contraire, dans la règle commune, et que le mode de structure propre aux Brachiopodes constitue un nouveau terme dans cette série de modifications par lesquelles l'appareil vasculaire, ainsi que vous l'avez si bien démontré, se dégrade dans cette grande division du règne animal....

» Dans la *Terebratula flavescens*, chacune des oreillettes est un réservoir dont la capacité est assez considérable et dont les parois, de structure musculaire, offrent, dans l'état de contraction, un grand nombre de plis très-fins, disposés d'une manière radiaire. La forme de ces organes est alors celle d'un cône oblong et déprimé; par leur sommet, chacun adhère au ventricule correspondant et se trouve percé par l'orifice auriculo-ventriculaire; enfin, par leur base, ils sont largement ouverts *et communiquent ainsi directement et librement avec la cavité viscérale ou péritonéale;* ou, si l'on aime mieux, avec un grand sinus veineux de forme irrégulière, qui renferme le canal intestinal et se continue entre les lobes du foie et les masses glandulaires dont se compose la première portion de l'appareil de la génération. Des prolongements de ce sinus viscéral commun s'avancent sous la forme de vaisseaux, dans l'épaisseur des lobes du manteau; on en compte deux sur le lobe paléal supérieur ou dorsal, et quatre sur le lobe inférieur ou ventral, et c'est le long de ces canaux veineux que se développent les cellules spermatiques chez le mâle, et les œufs chez la femelle; de sorte que les produits du travail reproducteur sont baignés par le sang dans l'intérieur de ces dépendances des réservoirs péritonéaux ou grands sinus veineux, comme la première portion de l'appareil reproducteur l'est dans cette cavite elle-même. Si l'on dissèque la

Térébratule du côté dorsal, et qu'après avoir enlevé la valve imperforée et le lobe correspondant du manteau, on incise la paroi membraneuse de la cavité viscérale ou péritonéale, on aperçoit de suite les deux oreillettes situées en arrière de l'estomac et s'étendant de chaque côté jusqu'à l'origine de l'intestin. Cette préparation suffit aussi pour mettre à découvert les grands orifices basilaires par lesquels le sang doit arriver dans les cœurs. La membrane délicate qui adhère aux bords de ces orifices, et qui se continue sur les parties voisines de la cavité viscérale, est identique en structure avec la tunique dont sont tapissées les parois membraneuses, mais plus résistantes, de cette dernière cavité, et on peut la considérer comme un péritoine ou comme l'analogue de la tunique interne d'une veine ou sinus veineux qui serait dilatée à la manière de la péritonine proprement dit. Lorsque le fluide nourricier se trouve accumulé dans le grand sinus viscéral, il est probable qu'une sorte de succion l'appelle dans les oreillettes, et que les contractions successives des fibres transverses de ces dernières cavités le poussent ensuite dans les ventricules. Le sang expulsé du cœur est envoyé en majeure partie dans les artères du manteau et revient par le système de larges canaux veineux qui représentent les veines paléales ou sinus ovariens; de là ce liquide passe dans la cavité encore plus grande et plus diffuse qui constitue le sinus viscéral, et qui est analogue à ce que vous avez décrit chez les Lamellibranches, plus élevés en organisation, et chez les Mollusques gastéropodes. »

(Après avoir présenté ici diverses observations sur la disposition de l'appareil digestif des Térébratules, M. Owen décrit brièvement l'appareil de la circulation chez la *Lingula anatina,* et ajoute que dans l'une des planches dont sa Lettre est accompagnée, on voit les deux cœurs, composés chacun d'une oreillette et d'un ventricule, les artères du manteau, l'estomac, etc.)

« Les masses glandulaires ayant été enlevées, on voit aussi, dit-il, les restes de la membrane délicate des sinus qui entourent le canal alimentaire et qui, suivant toute probabilité, reçoivent de celui-ci le fluide nourricier analogue au chyle, lequel, sans l'intermédiaire de vaisseaux chylifères, va directement se mêler au sang contenu dans les sinus. Ces sinus, à leur tour, se continuent avec toutes les lacunes que les viscères abdominaux laissent entre eux, et en dernier résultat le liquide passe de là dans les cœurs par les larges orifices abdominaux des oreillettes, qui, à leur tour, envoient le sang dans les ventricules, d'où il est poussé, comme chez les Térébratules, dans les vaisseaux du manteau et de l'appareil respiratoire....

» De tous les Mollusques, ce sont les Brachiopodes dont la dispersion sur la surface du globe a été portée le plus loin; on les trouve à des profondeurs

où les bivalves ordinaires ne descendent pas, et la famille naturelle formée par ces animaux n'est pas moins remarquable sous le rapport de sa persistance dans la suite des temps; car, parmi les habitants actuels de notre planète, les Térébratules sont les représentants d'un des types zoologiques les plus anciens de la création. Tout ce qui est relatif à des animaux dont le mode d'organisation a été si bien calculé pour s'accommoder des variations les plus grandes dans les conditions d'existence que détermine la distribution géographique des animaux et pour résister à l'influence du temps, « ce grand destructeur des choses, » doit avoir de l'importance aux yeux du naturaliste philosophe, et les observations que je vous communique aujourd'hui me semblent devoir offrir aussi pour vous un intérêt particulier, car elles fournissent un nouvel exemple de cet état diffus du système veineux qui constitue, ainsi que le prouvent vos découvertes récentes, un des caractères généraux de l'embranchement des Mollusques tout entier....»

(M. Milne Edwvards place sous les yeux de l'Académie les dessins qui accompagnent la Lettre de M. Owen.)

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Note sur l'élévation de Biskra au-dessus de la Méditerranée; par* M. AIMÉ.

« Dans la séance du 27 janvier dernier, M. Fournel a adressé quelques observations sur la hauteur du désert au-dessus du niveau de la Méditerranée, qu'il avait recueillies pendant l'expédition de Biskra. Comme ces observations sont peu nombreuses, à cause du court séjour de l'armée française dans cette ville, j'ai cru devoir en présenter quelques nouvelles qui m'ont été envoyées par M. le capitaine d'état-major Deneveu, lequel, ainsi que M. Fournel, avait accompagné la colonne expéditionnaire. Ces nouveaux résultats, comparés à ceux déjà connus, serviront à éclaircir la question de l'élévation de Biskra au-dessus du niveau de la mer.

» Voici les nombres qui ont été obtenus, à Biskra, par M. Deneveu, et aux mêmes heures, à Constantine, par M. le docteur Vital:

	Biskra.		Constantine.		Différences de hauteurs calculées.
	mm	°	mm	°	m
1844.7 mars, à 9h du soir......	749,1	18,8	701,6	4,0	524,9
1844.9 mars, à 7h 30m du matin.	754,8	12,5	707,4	2,4	519,0
1844.9 mars, à midi..........	755,4	15,0	708,8	4,8	511,2
				Moyenne.....	518,4

» Afin d'estimer la hauteur de Biskra au-dessus du niveau de la mer, j'ai

calculé la hauteur de la station de Constantine, au moyen des observations concordantes faites à Bone par M. l'ingénieur Laborie. Pour indiquer quelles erreurs on peut commettre dans l'évaluation des hauteurs quand on n'emploie qu'un petit nombre d'observations, je vais présenter les différents résultats auxquels j'ai été conduit.

Différence de niveau entre les stations de Bone et de Constantine, calculées par les hauteurs barométriques observées à midi.

	Mars 1844.	Octobre 1844.
	m	m
1.......	543,3	569,2
2.......	604,0	591,1
3.......	550,8	614,2
4.......	624,0	580,9
5.......	659,2	570,9
6.......	661,1	590,6
7.......	654,6	663,9
8.......	605,8	644,7
9.......	502,2	675,8
10.......	519,3	652,8
11.......	460,6	588,8
12.......	546,1	652,6
13.......	584,5	576,9
14.......	551,7	593,0
15.......	584,4	583,4
16.......	582,1	590,3
17.......	629,2	581,3
18.......	638,9	583,2
19.......	560,6	669,2
20.......	604,0	651,1
Moyennes.....	583,3	606,7

En prenant pour différence de niveau la demi-somme de ces moyennes, on trouve $595^m,0$. Mais le baromètre de Bone est situé à 11 mètres environ au-dessus du niveau de la mer; donc l'élévation de la station de Constantine est de $606^m,0$.

» Les observations de Biskra indiquent que cette ville est à $518^m,4$ au-dessous de Constantine; par conséquent, l'élévation de Biskra au-dessus de la mer est de

$$606^m,0 - 518^m,4 = 87^m,6.$$

M. Fournel a déduit de ses observations une hauteur de 75 mètres. Mais il a fait tous ses calculs en supposant que la station de Constantine était à

650 mètres au-dessus du niveau de la mer. Or, d'après les nombres que j'ai présentés ci-dessus, on voit que cette station n'est pas à 650 mètres, mais à $606^m,0$.

» Si M. Fournel avait adopté cette dernière détermination comme point de départ de ses calculs, il aurait trouvé pour hauteur de Biskra, non plus 75 mètres, mais bien cette hauteur diminuée de

$$650^m,0 - 606^m,0 = 44^m,0, \quad \text{c'est-à-dire} \quad 75^m,0 - 44^m,0 = 31^m,0. \text{»}$$

MÉDECINE. — *Sur les moyens de prévenir le développement de la rage; par* M. Fourcault. (Extrait.)

« ..... L'hydrophobie, sur laquelle j'appelle aujourd'hui l'attention de l'Académie, n'est pas toujours prévenue par la compression circulaire, par les pressions réitérées au pourtour des morsures, par les lavages avec l'eau chargée de chlorures, d'ammoniaque, enfin par la cautérisation, ni par l'application des ventouses. D'ailleurs, la cautérisation est souvent tardive ou incomplète, en raison du nombre, de la profondeur, de la direction et du siége des blessures. Alors, l'homme qui en est atteint se trouve dans une horrible position. Dernièrement, un médecin a été mordu à la main, à diverses reprises, par un chien dont la maladie offrait un caractère équivoque; néanmoins ce médecin n'a pu cautériser les morsures de cet animal, attendu leur nombre et leur gravité.

» Dans des cas semblables, il faut non-seulement employer, avec une grande promptitude, les moyens déjà indiqués, mais il est indispensable d'exciter une grande perturbation dans l'économie pendant la période d'incubation ; ainsi, par exemple, on provoquera des sueurs locales ou générales très-abondantes, en plaçant l'homme ou les animaux mordus par des chiens hydrophobes, dans des étuves sèches ou humides; des boissons copieuses, un exercice soutenu à l'air libre, et, pour l'homme, de puissantes distractions, formeront la base d'un traitement préservatif.

» Mais la médecine expérimentale ne peut se borner à ces tentatives; elle doit inoculer le virus rabique aux animaux, afin de mieux connaître les effets des moyens variés employés dans la période d'incubation. Les animaux seront rangés dans deux catégories: chez les uns, on attendra les effets de l'inoculation ou de la morsure ; chez les autres, on cherchera à les prévenir par des méthodes très-variées, et notamment par des sueurs, des sudorifiques puissants, d'autres évacuations, par l'injection de l'eau dans les veines, etc.

» Dans d'autres expériences, la bave des animaux atteints de la rage sera

soumise à l'action de divers agents chimiques, avant d'être introduite dans l'économie animale, ou immédiatement après la morsure; car on doit essayer de découvrir le corps le plus propre à neutraliser le virus rabique. Ne peut-on pas espérer de trouver un auxiliaire puissant de la cautérisation, ou même un moyen de remplacer cette opération douloureuse et souvent cruelle? Si avant Jenner quelqu'un eût proposé de chercher un spécifique contre la variole, une semblable proposition eût sans doute été écartée; lors même qu'une découverte est admise, une foule d'hommes s'empressent de s'opposer à sa propagation.... »

M. Scharp écrit de Manheim (grand-duché de Bade) relativement au concours concernant la Vaccine, concours qu'il suppose être encore ouvert, et pour lequel il serait, dit-il, en mesure de présenter un travail très-étendu.

Il sera répondu à M. Scharp que la question proposée a été résolue, mais que des recherches sur la vaccine pourront toujours être adressées pour le concours aux prix de Médecine et de Chirurgie de la fondation Montyon.

M. de Chibayew écrit relativement aux propriétés thérapeutiques de la *Spiræa ulmaria*, qu'il dit pouvoir être employée avec succès dans les cas d'hydrophobie. L'auteur serait disposé à adresser, sur ce sujet, un travail plus étendu, dans le cas où on lui ferait savoir que la question est du nombre de celles pour lesquelles un prix peut être décerné par l'Académie.

Il sera fait à M. de Chibayew une réponse dans le sens de celle qui doit être adressée à M. Scharp.

M. Don, ingénieur des Ponts et Chaussées, adresse à l'Académie le résumé des *observations pluviométriques* faites à Alger, du 1er janvier 1838 au 31 décembre 1844. Voici les résultats:

1838	863 millimètres;
1839	721
1840	804
1841	895
1842	900
1843	765
1844	1047
Moyenne des sept années	856

Il est donné communication d'une Note de M. Zantedeschi *sur l'électricité d'un jet de vapeur*, et d'un Mémoire, accompagné de figures, de MM. Linari et Palmieri *sur des phénomènes d'induction tellurique*.

L'Académie accepte le dépôt de deux paquets cachetés, présentés, l'un par M. **Person**, l'autre par M. **Vernois**.

La séance est levée à 5 heures un quart. A.

ERRATA.

(Séance du 24 mars 1845.)

Page 840, ligne 8, *au lieu de* 0,1907, *lisez :* 0,0366.
Page 840, ligne 8, *au lieu de* 0,4361, *lisez :* 0,1912.
Page 840, ligne 12, *au lieu de* 0,05896, *lisez :* 0,09473.
Page 840, ligne 14, *au lieu de* 46,333 — 2,619, *lisez :* 41,012 — 2,629.
Page 840, ligne 17, *au lieu de* 42,13, *lisez :* 36,90.
Page 840, ligne 21, *au lieu de* 42, *lisez :* 36.
Page 840, ligne 23, *au lieu de* 60, *lisez :* 54.
Page 893, lignes 13 et 14, *au lieu de* MM. Petit, Richard et Quartin-Dillon, *lisez* MM. Petit et Richard Quartin-Dillon.
Page 902, ligne 2, *au lieu de* M. Bouché, *lisez* M. Boucher.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres:

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1er semestre 1845; n° 12; in-4°.

Mémoires de l'Académie royale des Sciences de l'Institut de France; tome XIX; in-4°.

Rapport de M. le baron CH. DUPIN *sur le premier prix de Statistique remporté par* M. DEMAY *pour l'ouvrage intitulé: Monographie des Secours publics dans Paris;* in-4°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; tome X, n° 11; 15 mars 1845; in-8°.

Traité des Maladies des articulations; par M. BONNET; 2 vol. in-8°; avec atlas in-4°. (Cet ouvrage est adressé pour le concours Montyon.)

Voyage médical dans l'Afrique septentrionale, ou de l'Ophthalmie considérée dans ses rapports avec les différentes races; par M. S. FURNARI. Paris, 1845; in-8°. (Cet ouvrage est adressé pour le concours Montyon.)

Annales des Sciences naturelles; par MM. MILNE EDWARDS, AD. BRONGNIART *et* DECAISNE; février 1845; in-8°.

Bulletin de la Société de Géographie; 3e série, tome Ier; in-8°.

La Division abrégée, ou Méthode rigoureuse et facile pour simplifier cette opération de l'Arithmétique; approuvée par l'Académie des Sciences dans sa séance du 13 janvier 1845; *par* M. GUY; broch. in-8°; 1845.

Manuel de Physiologie; par M. MULLER; *traduit de l'allemand, sur la 4e édition, avec des annotations, par* M. JOURDAN; 3e livraison; 1845; in-8°.

Histoire topographique, médicale et statistique de la ville de Breteuil et de ses environs; par M. ROCHÉ; broch. in-8°; 1845. (Cet ouvrage est adressé pour le concours de Statistique.)

Recherches sur l'application de la chaleur spécifique des corps à la détermination de leur poids dit atomique; Mémoire présenté à l'Académie des Sciences le 19 *avril* 1840, *par* M. BAUDRIMONT; broch. in-8°.

Préservation de la Famine. — Des Céréales par rapport aux indigents; par M. GUILMOT. Lille, 1844; in-8°.

Mémoire sur les plaies pénétrantes de l'abdomen, compliquées d'issue de l'épiploon; par M. H. LARREY. (Extrait du tome XI des *Mémoires de l'Académie royale de Médecine.*) In-4°.

Réfutation des systèmes de Strabon et de ses commentateurs, et de celui de Buffon sur la formation de la mer Méditerranée; par M. BÉRARD aîné; broch. in-4°.

Annales scientifiques, littéraires et industrielles de l'Auvergne; décembre 1844; in-8°.

Société royale et centrale d'Agriculture. Bulletin des séances; Compte rendu mensuel; tome V, n° 4; in-8°.

Annales de Thérapeutique médicale et chirurgicale, et de Toxicologie; par M. ROGNETTA; 3e année, n° 1; avril 1845; in-8°.

Journal des Connaissances utiles; mars 1845; in-8°.

Proposition géométrique; par M. PASSOT; $\frac{1}{4}$ de feuille in-4°.

Notice sur la vie et les ouvrages de M. A.-P. DE CANDOLLE; *par* M. DE LA RIVE. Genève, 1845; in-8°.

Notes sur les caractères naturels de quelques anciens peuples de l'Europe occidentale; par M. D'OMALIUS D'HALLOY; broch. in-8°.

Novi Commentarii Academiæ scientiarum Instituti Bononiensis; tomus sextus in-4°.

The medical Times; n° 288; in-4°.

Florula gorgonica; auctore P. SAVI. Florence, 1844; broch. in-8°.

Descrizione... *Description de la* Fimbristylis cioniana; *par* M. le professeur SAVI. Pise, 1843; $\frac{1}{2}$ feuille in-8°; avec figures.

Osservazioni... *Observations sur le* Lupinus albus; *par* le même; 1 feuille in-8°.

Divers autres opuscules italiens du même auteur, sur les sujets suivants : Sur la valeur taxonomique des Stipules. — Sur la clandestine recti-flore. — Sur la fronde de l'Arduinia bispinosa. — *Sur les aberrations du plan normal de distribution qui s'observent dans le système ascendant des Géraniacées. — Sur les appendices apucillaires propres aux folioles de l'*Acacia cornigera; *cette dernière Note lui est commune avec* M. MENEGHINI.

Il Cimento... *Journal de Chimie, de Physique et d'Histoire naturelle;* 3e année; janvier 1845. Pise; in-8°.

Gazette médicale de Paris; tome XIII, 1845; n° 13; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; nos 35-37.

L'Écho du Monde savant; n° 22; in-4°.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES. — MARS 1845.

JOURS du MOIS.	9 HEURES DU MATIN.			MIDI.			3 HEURES DU SOIR.			9 HEURES DU SOIR.			THERMOMÈTRE.		ÉTAT DU CIEL A MIDI.	VENTS A MIDI.
	BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	MAXIMA.	MINIMA.		
1	754,84	— 0,2		754,52	+ 2,2		754,20	+ 3,7		753,92	+ 2,4		+ 3,6	— 0,5	Couvert	E. S. E.
2	752,00	+ 1,1		751,98	+ 2,0		751,67	+ 2,4		753,01	+ 0,8		+ 2,6	+ 0,6	Pluie fine	N. E.
3	752,25	+ 1,0		751,09	+ 2,0		748,03	+ 2,3		746,12	+ 0,4		+ 2,6	— 0,4	Pluie	S. S. O.
4	751,79	— 5,9		751,72	— 5,6		752,26	— 5,1		753,68	— 6,6		— 4,6	— 6,6	Éclaircies	N. N. O.
5	755,48	— 7,3		756,09	— 6,6		757,43	— 6,2		758,18	— 6,5		— 5,9	— 8,0	Couvert	N. E.
6	759,80	— 5,8		759,65	— 3,6		758,77	— 2,8		759,85	— 5,7		— 2,9	— 7,8	Flocons de neiges	N. E.
7	758,51	— 3,9		757,85	— 1,3		756,39	+ 0,7		757,73	— 2,4		+ 1,0	— 6,9	Beau	N. E.
8	757,00	— 2,4		757,09	— 1,0		755,70	+ 0,6		756,46	— 1,3		+ 0,9	— 5,8	Voilé	E. N. E.
9	755,14	— 1,4		755,31	+ 0,6		755,22	+ 3,7		756,71	+ 1,0		+ 3,8	— 3,1	Couvert	E. N. E.
10	754,71	0,0		753,58	+ 1,5		752,71	+ 1,6		753,65	+ 0,4		+ 2,5	— 2,9	Nuageux	N. fort.
11	754,77	+ 1,4		754,99	+ 1,4		754,59	+ 2,1		755,11	— 1,4		+ 2,0	0,0	Neige	N.
12	753,82	+ 0,2		753,09	+ 1,0		751,99	+ 1,5		750,88	— 0,1		+ 1,6	— 3,9	Couvert	O.
13	747,26	— 1,5		746,61	+ 0,2		744,97	+ 0,8		745,41	— 3,4		+ 1,0	— 3,5	Nuageux	N. E.
14	745,34	— 5,8		745,14	— 4,3		744,57	— 2,6		744,47	— 2,2		— 2,0	— 8,0	Couvert	N. N. E.
15	748,22	— 4,0		747,71	— 3,0		746,48	— 2,2		744,89	— 1,6		— 1,6	— 6,0	Neige	E. N. E.
16	742,83	+ 1,4		741,99	+ 2,0		743,14	+ 2,4		750,36	+ 0,5		— 3,2	— 1,0	Pluie	O.
17	752,94	— 0,8		752,09	0,0		751,17	+ 0,2		750,58	— 0,8		+ 0,2	— 1,1	Très-nuageux	O. N. O.
18	748,80	+ 0,9		747,86	+ 2,8		746,96	+ 2,9		747,72	— 1,3		— 3,0	— 1,1	Très-nuageux	N. E.
19	749,70	— 1,4		750,56	+ 0,9		751,16	+ 2,1		753,86	+ 1,2		+ 2,2	— 2,9	Éclaircies	O. N. O.
20	757,74	+ 1,3		759,07	+ 3,1		760,10	+ 3,5		764,57	+ 0,3		+ 3,7	— 0,3	Nuageux	N.
21	770,59	+ 1,8		771,73	+ 3,5		771,95	+ 4,7		774,06	+ 1,0		+ 4,7	— 1,8	Quelques nuages	N.
22	774,22	+ 2,3		773,53	+ 6,0		772,85	+ 6,3		771,67	+ 4,4		+ 6,6	— 1,0	Couvert	S.
23	768,69	+ 6,7		767,67	+10,8		766,13	+10,7		762,42	+ 9,5		+11,0	+ 3,0	Couvert	S. O.
24	758,78	+ 9,2		759,96	+ 9,1		760,62	+ 8,8		761,94	+ 4,0		+ 9,0	+ 6,3	Couvert	O. N. O.
25	760,60	+ 4,8		759,53	+ 8,4		757,80	+ 8,8		755,48	+ 8,4		+ 9,9	+ 0,3	Couvert	S. E.
26	753,66	+ 7,3		755,08	+ 7,9		756,69	+10,3		760,29	+ 4,6		+10,8	+ 7,0	Couvert	O. N. O.
27	760,02	+ 8,5		760,40	+10,3		760,35	+10,6		760,32	+ 9,2		+10,4	+ 4,0	Couvert	O. S. O.
28	757,42	+ 8,5		756,36	+10,2		755,57	+10,7		756,80	+ 8,9		+11,1	+ 7,2	Couvert	S. S. O. fort.
29	761,23	+ 7,2		761,95	+ 9,4		762,59	+10,0		765,45	+ 6,5		+10,7	+ 5,3	Nuageux	O. N. O. fort.
30	767,57	+ 8,8		766,60	+12,2		763,77	+12,5		761,57	+ 8,9		+13,0	+ 1,8	Beau	O.
31	762,98	+10,0		762,92	+11,5		762,74	+13,6		763,91	+ 9,1		+13,9	+ 6,9	Beau	N. O.
1	755,15	— 2,5		754,89	— 1,0		754,24	+ 0,1		754,93	— 1,8		+ 0,4	— 4,1	... Moy. du 1er au 10	Pluie en centimètres.
2	750,14	— 0,8		749,91	+ 0,4		749,51	+ 1,1		750,79	— 0,9		+ 0,1	— 2,8	... Moy. du 11 au 20	Cour.. 3,215
3	763,25	+ 6,8		763,25	+ 9,0		762,82	+ 9,7		763,08	+ 6,8		+10,1	+ 3,5	... Moy. du 21 au 31	Terr.. 3,443
	756,41	+ 1,4		756,25	+ 3,0		755,76	+ 3,8		756,49	+ 1,6		+ 3,7	— 1,0	... Moyenne du mois...... + 1°,3	